

Kam nás vede klamná intuice

Luboš Pick (KMA MFF UK Praha)

soutok Oslavy a Balinky, 19.8. 2014

Jak nás vidí učenci

MOTTO 1 (propagace matematiky):

MOTTO 1 (propagace matematiky):

Každý dobrý křesťan by se měl mít na pozoru před matematiky, kteří již po staletí pomáhají ďáblu zatemnit lidem ducha.

(Svatý Augustin, 390)

Jak nás vidí velikáni

MOTTO 2 (propagace matematiky):

MOTTO 2 (propagace matematiky):

Matematikové jsou jako Francouzi. Cokoli jim řeknete, přeloží si do svého vlastního jazyka, čímž vznikne něco jiného.

(J.W. Goethe)

Jak nás vidí studenti

MOTTO 3 (propagace matematické analýzy):

MOTTO 3 (propagace matematické analýzy):

Milý Bože, kdyby mi zbývala už jen jediná hodina života, dej, ať ji mohu strávit na přednášce z matematické analýzy. Pak mi bude tato hodina připadat jako věčnost.

(student MFF UK, jenž si nepřál být jmenován)

Co si z hodin matematiky a fyziky odnese umělec

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok ...

(Lenka Filipová)

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok ...

(Lenka Filipová)

PRO SROVNÁNÍ:

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok ...

(Lenka Filipová)

PRO SROVNÁNÍ:

Dnes ráno jsem uběhl patnáct kilogramů.

(Luboš Pick)

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok ...

(Lenka Filipová)

PRO SROVNÁNÍ:

Dnes ráno jsem uběhl patnáct kilogramů.

(Luboš Pick)

OTÁZKA FILOSOFICKÁ:

MOTTO 4 (udržování matematicko-fyzikálního povědomí):

Textař pop music praví toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok ...

(Lenka Filipová)

PRO SROVNÁNÍ:

Dnes ráno jsem uběhl patnáct kilogramů.

(Luboš Pick)

OTÁZKA FILOSOFICKÁ: *Kdo vypadá jako větší blbec?*

Poučení pro nás:

Studujme matematiku, hodí se všude!

Matematika v politice

Richard Nixon řekl v roce 1972 v kampani za své znovuzvolení prezidentem USA toto:

Richard Nixon řekl v roce 1972 v kampani za své znovuzvolení prezidentem USA toto:

“Rychlost růstu inflace se zpomaluje”.

Richard Nixon řekl v roce 1972 v kampani za své znovuzvolení prezidentem USA toto:

“Rychlost růstu inflace se zpomaluje”.

Komentář z tisku následujícího dne: Jde o první historicky doložený případ využití *třetí derivace* ve vrcholné politice.

Matematika v politice - pokračování

Ronald a Nancy Reaganovi si nechali změnit adresu

Ronald a Nancy Reaganovi si nechali změnit adresu
ze St. Cloud Road 666

Ronald a Nancy Reaganovi si nechali změnit adresu

ze St. Cloud Road 666

na St. Cloud Road 668

Ronald a Nancy Reaganovi si nechali změnit adresu

ze St. Cloud Road 666

na St. Cloud Road 668

(na základě přesvědčení, že 666 je ďáblov číslo).

U nás je to lepší

VÝPOČET:

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

Sám pan rektor UK

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

Sám pan rektor UK nechal při letošních oslavách 666. výročí založení UK zahrát píseň

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

Sám pan rektor UK nechal při letošních oslavách 666. výročí založení UK zahrát píseň

Number of the Beast

VÝPOČET:

$$2014 - 1348 = 666.$$

Sám pan rektor UK nechal při letošních oslavách 666. výročí založení UK zahrát píseň

Number of the Beast

od **Iron Maiden**.

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Pohled lidstva na **ďáblovlo číslo** prošel jistým vývojem.

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Pohled lidstva na **d'áblovo číslo** prošel jistým vývojem.

V dřevních dobách starých Keltů byla d'ábovým číslem **devítka**.

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Pohled lidstva na **ďáblovlo číslo** prošel jistým vývojem.

V dřevních dobách starých Keltů byla ďábovým číslem **devítka**.

Příklad: úryvek z písně **The Devil's Courtship** (Ďábovy námluvy, překlad do češtiny Jan Lašťovička):

Ďáblovo číslo nemusí nutně být 666

Pohled lidstva na **ďáblové číslo** prošel jistým vývojem.

V dřevních dobách starých Keltů byla ďábovým číslem **devítka**.

Příklad: úryvek z písně **The Devil's Courtship** (Ďábovy námluvy, překlad do češtiny Jan Laštovička):

*Svou krásnou píšťalku ti dám,
hraje devět tónů na devět stran,
když půjdeš se mnou, jásko má,
a když mě budeš chtít ...*

"I'll buy you a braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"I'll buy you a braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"You can hae your braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
For I'll never gang wi' you m'dear, I'll never gang wi' you."

"I'll buy you a braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"You can hae your braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
For I'll never gang wi' you m'dear, I'll never gang wi' you."

"I'll buy you a silken goon
Wi' nine stripes up and nine stripes doon
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"I'll buy you a braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"You can hae your braw snuff box
Nine times opened, nine times locked
For I'll never gang wi' you m'dear, I'll never gang wi' you."

"I'll buy you a silken goon
Wi' nine stripes up and nine stripes doon
If ye'll gang alang wi' me m'dear, if ye'll gang alang wi' me?"

"You can hae your silken goon
Wi' nine stripes up and nine stripes doon
For I'll never gang wi' you m'dear, I'll never gang wi' you."

Poučení pro nás:

Bořme mýty!

Bořme mýty!

A zejména **mýty o matematice!**

Co je specifického na matematice?

Co je specifického na matematice?

- *nezájem veřejnosti, dokonce ani snobů*

Co je specifického na matematice?

- *nezájem veřejnosti, dokonce ani snobů*
- *absolutní důkaz*

Mýtus: matematika = čísla

Mýtus: matematika = čísla

Správně má být:

Mýtus: matematika = čísla

Správně má být:

matematika \supset **čísla**

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.

To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.
To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.
Pak ale mezi nimi existuje *nejmenší* takové, tedy nezajímavé přirozené číslo.

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.

To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.

Pak ale mezi nimi existuje *nejmenší* takové, tedy nezajímavé přirozené číslo.

Je to nejmenší číslo s jistou netriviální vlastností.

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.

To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.

Pak ale mezi nimi existuje *nejmenší* takové, tedy nezajímavé přirozené číslo.

Je to nejmenší číslo s jistou netriviální vlastností.

To jej činí zajímavým.

Čísla jsou ohromně zajímavá

VĚTA 1 (o zajímavosti čísel):

Všechna přirozená čísla jsou zajímavá.

Důkaz.

Předpokládejme pro spor, že tvrzení věty neplatí.

To znamená, že existují přirozená čísla, která nejsou zajímavá.

Pak ale mezi nimi existuje *nejmenší* takové, tedy nezajímavé přirozené číslo.

Je to nejmenší číslo s jistou netriviální vlastností.

To jej činí zajímavým.

Dostáváme spor.

Viděli jsme, že d'ábel má svá oblíbená čísla, zatímco president Reagan měl své neoblíbené číslo.

Viděli jsme, že d'ábel má svá oblíbená čísla, zatímco president Reagan měl své neoblíbené číslo.

Svá oblíbená či neoblíbená čísla mají i jiní.

Bacha na věc!

V roce 1994 získal **Roger Schlafly** patent USA číslo 5,373,560 na dvě prvočísla

V roce 1994 získal **Roger Schlafly** patent USA číslo 5,373,560 na dvě prvočísla

7,994,412,097,716,110,548,127,211,733,331,600,522,933,
776,757,046,707,649,963,673,962,686,200,838,432,950,239,
103,981,070,728,369,599,816,314,646,482,720,706,826,018,
360,181,196,843,154,224,748,382,211,019

a

103,864,912,054,654,272,074,839,999,186,936,834,171,066,
194,620,139,675,036,534,769,616,693,904,589,884,931,513,
925,858,861,749,077,079,643,532,169,815,633,834,450,952,
832,125,258,174,795,234,553,238,258,030,222,937,772,878,
346,831,083,983,624,739,712,536,721,932,666,180,751,292,
001,388,772,039,413,446,493,758,317,344,413,531,957,900,
028,443,184,983,069,698,882,035,800,332,668,237,985,846,
170,997,572,388,089

Bacha na věc!

V roce 1994 získal **Roger Schlafly** patent USA číslo 5,373,560 na dvě prvočísla

7,994,412,097,716,110,548,127,211,733,331,600,522,933,
776,757,046,707,649,963,673,962,686,200,838,432,950,239,
103,981,070,728,369,599,816,314,646,482,720,706,826,018,
360,181,196,843,154,224,748,382,211,019

a

103,864,912,054,654,272,074,839,999,186,936,834,171,066,
194,620,139,675,036,534,769,616,693,904,589,884,931,513,
925,858,861,749,077,079,643,532,169,815,633,834,450,952,
832,125,258,174,795,234,553,238,258,030,222,937,772,878,
346,831,083,983,624,739,712,536,721,932,666,180,751,292,
001,388,772,039,413,446,493,758,317,344,413,531,957,900,
028,443,184,983,069,698,882,035,800,332,668,237,985,846,
170,997,572,388,089

Bez jeho svolení s nimi nikdo nesmí pracovat!

Oblíbená čísla

Máte vy nějaké oblíbené číslo?

Máte vy nějaké oblíbené číslo?

A v čem spočívá jeho obliba?

Moje oblíbené číslo je 41.

Moje oblíbené číslo je 41.

Důvod pramení z následující úlohy.

Moje oblíbené číslo je 41.

Důvod pramení z následující úlohy.

ZADÁNÍ:

Moje oblíbené číslo je 41.

Důvod pramení z následující úlohy.

ZADÁNÍ:

Najděte alespoň jedno **přirozené číslo** $n < 41$ tak, aby

$$n^2 - n + 41$$

nebylo prvočíslo.

Řešení:

Řešení:

Žádné takové číslo neexistuje (!)

Řešení:

Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom

$$n^2 - n + 41$$

Řešení:

Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom

$$n^2 - n + 41$$

totiž dává pro $n = 1, \dots, 40$ následující seznam:

Řešení:

Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom

$$n^2 - n + 41$$

totiž dává pro $n = 1, \dots, 40$ následující seznam:

41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131,
151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421,
461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911,
971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.

Řešení:

Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom

$$n^2 - n + 41$$

totiž dává pro $n = 1, \dots, 40$ následující seznam:

41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131,
151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421,
461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911,
971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.

POZOROVÁNÍ: *Všetchna tato čísla jsou prvočísla.*

Řešení:

Žádné takové číslo neexistuje (!)

Polynom

$$n^2 - n + 41$$

totiž dává pro $n = 1, \dots, 40$ následující seznam:

41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131,
151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421,
461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911,
971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601.

POZOROVÁNÍ: *Všetchna tato čísla jsou prvočísla.*

A navíc: 41 je největší číslo s touto vlastností.

Jak to?

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

- Pro $k > 1$ dává polynom $n^2 - n + k$ prvočíselné hodnoty pro všechna $n = 1, 2, \dots, k - 1$ právě tehdy, když $4k - 1$ je takzvané **Heegnerovo číslo**;

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

- Pro $k > 1$ dává polynom $n^2 - n + k$ prvočíselné hodnoty pro všechna $n = 1, 2, \dots, k - 1$ právě tehdy, když $4k - 1$ je takzvané **Heegnerovo číslo**;
- Heegnerových čísel je jenom **devět** (d'ábelský počet);

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

- Pro $k > 1$ dává polynom $n^2 - n + k$ prvočíselné hodnoty pro všechna $n = 1, 2, \dots, k - 1$ právě tehdy, když $4k - 1$ je takzvané **Heegnerovo číslo**;
- Heegnerových čísel je jenom **devět** (d'ábelský počet);
- a jsou to náhodou zrovna čísla 1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67, 163.

Jak to?

Prostě náhodou víme, že:

- Pro $k > 1$ dává polynom $n^2 - n + k$ prvočíselné hodnoty pro všechna $n = 1, 2, \dots, k - 1$ právě tehdy, když $4k - 1$ je takzvané **Heegnerovo číslo**;
- Heegnerových čísel je jenom **devět** (d'ábelský počet);
- a jsou to náhodou zrovna čísla 1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67, 163.

Odtud již vše snadno plyne.

Otázky filosofické a jiné

- Odkdy lidstvo počítá?

- Odkdy lidstvo počítá?
- Objevily se nejprve číslovky **základní** nebo **řadové**?

- Odkdy lidstvo počítá?
- Objevily se nejprve číslovky **základní** nebo **řadové**?

pro **základní**: každodenní potřeby

- Odkdy lidstvo počítá?
- Objevily se nejprve číslovky **základní** nebo **řadové**?

pro **základní**: každodenní potřeby

pro **řadové**: rituály s daným pořadím prvků

Radikální duchovní skoky v nazírání na čísla

Radikální duchovní skoky v nazírání na čísla

- *rozdíly* nutné pro přežití: jeden vlk nebo smečka vlků?

Radikální duchovní skoky v nazírání na čísla

- *rozdíly* nutné pro přežití: jeden vlk nebo smečka vlků?
- *společné prvky*: dvě ruce, dvě nohy, dvě tělesa na nebi

Matematika a historie

TVRZENÍ:

TVRZENÍ:

Číslo *tři* se objevilo až v době, kdy už lidstvo znalo základní zlomky, zatímco číslo *dvě* bylo známo mnohem dříve.

Něco jako důkaz

Ilustrace: **množné číslo a zlomek** v evropských jazycích

Ilustrace: **množné číslo a zlomek** v evropských jazycích

tři-třetina

dvě-polovina

three-third

two-half

šaloš-šliš

štajim-hetsi

három-harmad

kettö-fél

trei-treilea

doi-jumate

tair-trydydd

dau-hanner

Komunikace matematika s odborníkem

Základním nástrojem matematické analýzy je *teorii posloupností*.

Základním nástrojem matematické analýzy je *teorii posloupností*.

Ta se hodí i jinde.

Základním nástrojem matematické analýzy je *teorii posloupností*.

Ta se hodí i jinde.

Například při interakci matematika s **psychologem**.

Základním nástrojem matematické analýzy je *teorii posloupností*.

Ta se hodí i jinde.

Například při interakci matematika s **psychologem**.

V krajním případě s **psychiatrem**.

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

1, 2, 3, 4, 5

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

1, 2, 3, 4, 5

Kolik je a_6 ?

Pozor, někdo nám chce měřit IQ!

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

1, 2, 3, 4, 5

Kolik je a_6 ?

ODPOVĚĎ: $a_6 = 6$.

...měříme si IQ ...

Druhý příklad:

Druhý příklad:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

Druhý příklad:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

Kolik je a_9 ?

Druhý příklad:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

Kolik je a_9 ?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 34$

Druhý příklad:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

Kolik je a_9 ?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 34$

Jde o tzv. **Fibonacciovu posloupnost** (každý člen je součtem dvou předcházejících).

Odbočka: matematika v poezii

*Fibonacci špatně spal,
králíky si počítal.*

(Katherine O'Brien)

*Fibonacci špatně spal,
králíky si počítal.*

(Katherine O'Brien)

*Fibonacci, ten si žil,
pět manželek uživil.
Každá těžká, jak dvě před ní,
ten se prohnul pod poslední!*

(J.A.Lindon)

... pořád si ještě měříme IQ ...

Třetí příklad:

Třetí příklad:

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211

Třetí příklad:

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211

Kolik je a_9 ?

Třetí příklad:

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211

Kolik je a_9 ?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 31131211131221$

Třetí příklad:

1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211

Kolik je a_9 ?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 31131211131221$

Jde o tzv. **look-and-say sequence**.

...měření IQ není nikdy dost ...

... měření IQ není nikdy dost ...

Čtvrtý příklad:

Čtvrtý příklad:

1, 2, 4, 8, 16

Čtvrtý příklad:

1, 2, 4, 8, 16

Kolik je a_6 ?

Čtvrtý příklad:

1, 2, 4, 8, 16

Kolik je a_6 ? Náповěda: $a_{10} = 256$.

Čtvrtý příklad:

1, 2, 4, 8, 16

Kolik je a_6 ? Náповěda: $a_{10} = 256$.

ODPOVĚĎ: $a_6 = 31$

Posloupnost je definována jako *počet oblastí v kruhu rozděleném spojniciemi n bodů*.

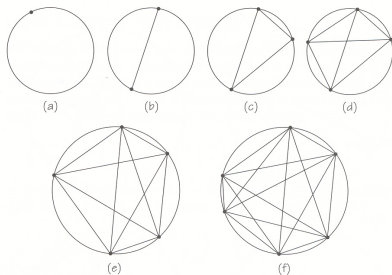
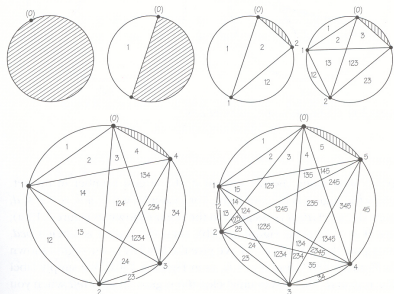


FIGURE 3.11 A deceptive sequence.



Je na to dokonce vzorec

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

jak si možná někdo myslel,

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

jak si možná někdo myslel,

nýbrž

$$\frac{1}{24} (n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24)$$

A jak to bylo s tou náповědou?

A jak to bylo s tou náповědou?

Mohli jste to vědět?

A jak to bylo s tou náповědou?

Mohli jste to vědět?

ANO!

A jak to bylo s tou náповědou?

Mohli jste to vědět?

ANO!

Je třeba si neplést

1, 2, 4, 8, 16, 31, 57, 99, 163,
256, 386, 562, 794, 1093, ...

A jak to bylo s tou náповědou?

Mohli jste to vědět?

ANO!

Je třeba si neplést

1, 2, 4, 8, 16, 31, 57, 99, 163,
256, 386, 562, 794, 1093, ...

a

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, **256**,
512, 1024, 2048, 4096, ...

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

1, 2, 3, 4, 5

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

1, 2, 3, 4, 5

Kolik je a_6 ?

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

1, 2, 3, 4, 5

Kolik je a_6 ?

ODPOVĚĎ: $a_6 = 2014$.

Ještě jednou se vraťme k první úloze

Uhodnete následující člen posloupnosti, je-li zadáno několik prvních členů?

První příklad:

1, 2, 3, 4, 5

Kolik je a_6 ?

ODPOVĚĎ: $a_6 = 2014$.

Vzorec:

$$a_n = n + 2008 \cdot \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{5!}.$$

Mýtus o neomylnosti intuice

Mýtus o neomylnosti intuice

Další mýtus: naše **matematická** (nebo jiná - dosad'te si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Mýtus o neomylnosti intuice

Další mýtus: naše **matematická** (nebo jiná - dosad'te si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Správně má být:

Mýtus o neomylnosti intuice

Další mýtus: naše **matematická** (nebo jiná - dosad'te si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Správně má být:

Naše intuice často vede na scestí!

Mýtus o neomylnosti intuice

Další mýtus: naše **matematická** (nebo jiná - dosad'te si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Správně má být:

Naše intuice často vede na scestí!

Uvedeme několik příkladů.

Odhad pravděpodobnosti

Odhad pravděpodobnosti

Odhadněte, jaká je pravděpodobnost, že *na fotbalovém hřišti mají alespoň dvě osoby narozeniny ve stejný den!*

Odhad pravděpodobnosti

Odhadněte, jaká je pravděpodobnost, že *na fotbalovém hřišti mají alespoň dvě osoby narozeniny ve stejný den!*

Výsledek: **51%**

Odhadněte, jaká je pravděpodobnost, že *na fotbalovém hřišti mají alespoň dvě osoby narozeniny ve stejný den!*

Výsledek: **51%**

(samozřejmě za předpokladu, že zatím nebyla vytažena červená karta)

Něco je špatně?

Něco je špatně?

Posud'me následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Něco je špatně?

Posud'me následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Samozřejmě, že je to *špatně*.

Něco je špatně?

Posud'me následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Samozřejmě, že je to *špatně*.

Ale *kde* je to špatně?

Něco je špatně?

Posud'me následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Samozřejmě, že je to *špatně*.

Ale *kde* je to špatně?

Úloha: rozhodněte, *která* z uvedených pěti rovností je nesprávná.

TV soutěž Montyho Halla – jak přeskočit kozu?

TV soutěž Montyho Halla – jak přeskočit kozu?

máme troje dvířka, za jedněmi z nich je ukryt automobil, za dvěma zbývajícimi koza

TV soutěž Montyho Halla – jak přeskočit kozu?

máme troje dvířka, za jedněmi z nich je ukryt automobil, za dvěma zbývajících koza

soutěžící jedny zvolí, ale zatím neotevře

TV soutěž Montyho Halla – jak přeskočit kozu?

máme troje dvířka, za jedněmi z nich je ukryt automobil, za dvěma zbývajícími koza

soutěžící jedny zvolí, ale zatím neotevře

moderátor Monty Hall otevře jedny z neoznačených dvířek, za nimiž se vždy objevila koza

TV soutěž Montyho Halla – jak přeskočit kozu?

máme troje dvířka, za jedněmi z nich je ukryt automobil, za dvěma zbývajícími koza

soutěžící jedny zvolí, ale zatím neotevře

moderátor Monty Hall otevře jedny z neoznačených dvířek, za nimiž se vždy objevila koza

potom nabídne soutěžícímu změnit volbu na druhá neotevřená dvířka

TV soutěž Montyho Halla – jak přeskočit kozu?

máme troje dvířka, za jedněmi z nich je ukryt automobil, za dvěma zbývajícími koza

soutěžící jedny zvolí, ale zatím neotevře

moderátor Monty Hall otevře jedny z neoznačených dvířek, za nimiž se vždy objevila koza

potom nabídne soutěžícímu změnit volbu na druhá neotevřená dvířka

má soutěžící měnit?

Příklad z historie: Malfattiho problém

Příklad z historie: Malfattiho problém



Příklad z historie: Malfattiho problém



Gian Francesco Malfatti (1731-1807)

Malfattiho problém - vývoj událostí

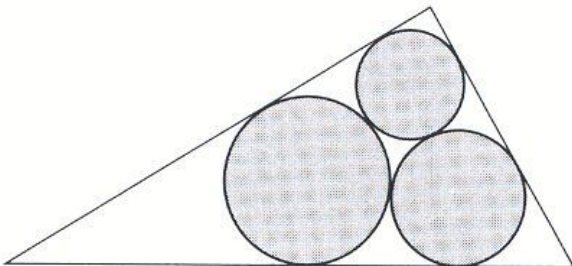
ÚLOHA: vepište do daného trojúhelníku tři nepřekrývající se kruhy tak, aby jejich celkový obsah byl co největší.

Malfattiho problém - vývoj událostí

ÚLOHA: vepište do daného trojúhelníku tři nepřekrývající se kruhy tak, aby jejich celkový obsah byl co největší.

Malfatti (1803) zformuloval problém a publikoval své řešení:

kruhy zvolíme tak, aby se každý dotýkal dvou stran trojúhelníku a obou zbývajících kruhů



Malfattiho problém - vývoj událostí

Malfattiho problém - vývoj událostí

Přes sto dvacet let se problém zdál být vyřešen.

Malfattiho problém - vývoj událostí

Přes sto dvacet let se problém zdál být vyřešen.

1930: pro *rovnostranný* trojúhelník je Malfattiho řešení **špatně** (!)

Malfattiho problém - vývoj událostí

Přes sto dvacet let se problém zdál být vyřešen.

1930: pro *rovnostranný* trojúhelník je Malfattiho řešení **špatně** (!)

Malfattiho konstrukce zabírá

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})^2} \approx \mathbf{0,729}$$

Malfattiho problém - vývoj událostí

Přes sto dvacet let se problém zdál být vyřešen.

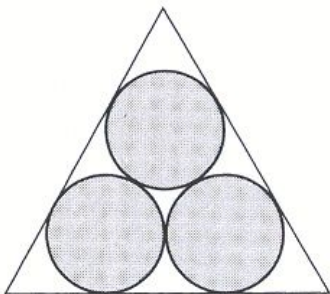
1930: pro *rovnostranný* trojúhelník je Malfattiho řešení **špatně** (!)

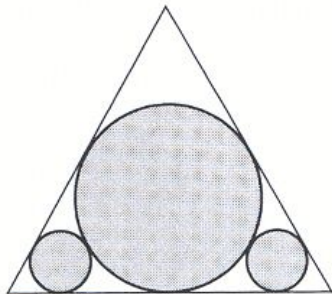
Malfattiho konstrukce zabírá

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})^2} \approx \mathbf{0,729}$$

existuje ale konstrukce, zabírající

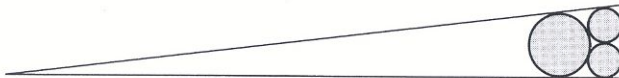
$$\frac{11\pi}{27\sqrt{3}} \approx \mathbf{0,739}.$$





Malfattiho problém - vývoj událostí

Howard Eves (1965): Také pro *dlouhé a úzké* trojúhelníky je Malfattiho řešení špatně.

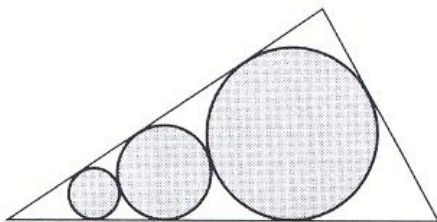
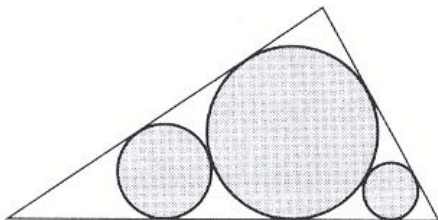


Zdá se být jasné i bez počítání, že mnohem větší plochu pokryjeme následujícím způsobem:



Malfattiho problém - rozuzlení

Michael Goldberg (1967): Malfattiho řešení je špatně **VŽDY** (!).



Bernoulliho úloha

Johann Bernoulli (1696): Dva body A a B jsou spojeny drátkem po kterém klouže kulička. Kulička je na počátku v klidu a nestrkáme do ní.

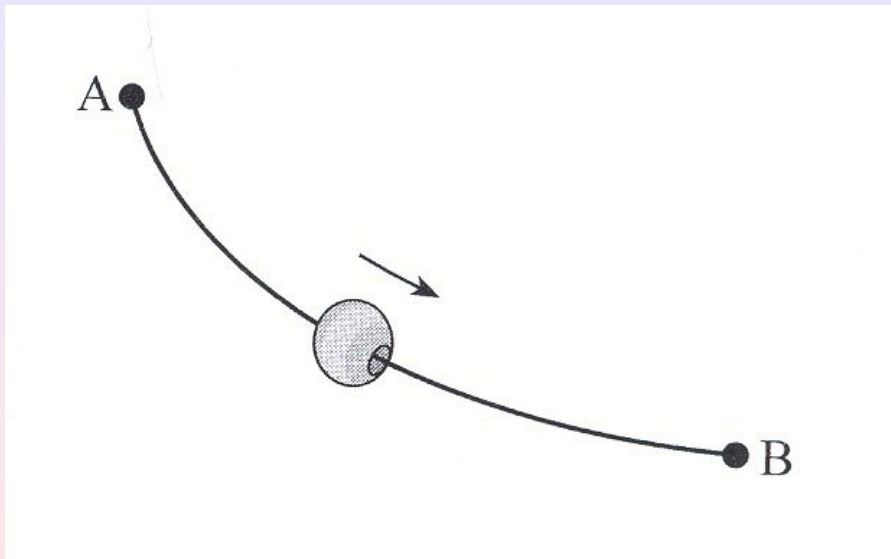
Johann Bernoulli (1696): Dva body A a B jsou spojeny drátkem po kterém klouže kulička. Kulička je na počátku v klidu a nestrkáme do ní.

OTÁZKA: Po jaké křivce sklouzne kulička z A do B *v nejkratším možném čase?*

Johann Bernoulli (1696): Dva body A a B jsou spojeny drátkem po kterém klouže kulička. Kulička je na počátku v klidu a nestrkáme do ní.

OTÁZKA: Po jaké křivce sklouzne kulička z A do B *v nejkratším možném čase?*

Je to *matematická* úloha nebo *fyzikální*?



Bernoulliho úloha - historie

Bernoulli řešení znal a korespondenčně vyzýval své kolegy matematiky, aby problém vyřešili.

Bernoulli řešení znal a korespondenčně vyzýval své kolegy matematiky, aby problém vyřešili.

Markýz de l'Hospital: To je nejkrásnější problém, jaký jsem kdy viděl a moc rád bych se do něj pustil, převeďte mi jej ale prosím do řeči čisté matematiky, fyzika mne totiž nesmírně otravuje.

Bernoulli řešení znal a korespondenčně vyzýval své kolegy matematiky, aby problém vyřešili.

Markýz de l'Hospital: To je nejkrásnější problém, jaký jsem kdy viděl a moc rád bych se do něj pustil, převed'te mi jej ale prosím do řeči čisté matematiky, fyzika mne totiž nesmírně otravuje.

Isaac Newton: Nebudu pro blázny cizákům jakýmsi, kteří si mne pomocí matematiky dobírat chtějí!

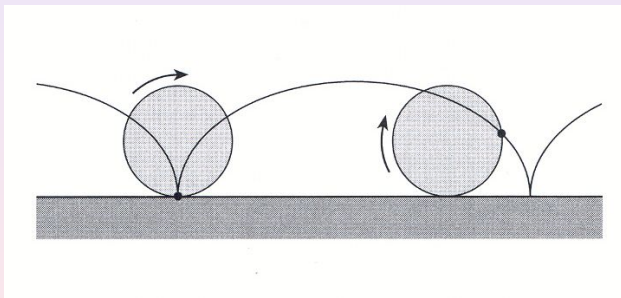
Bernoulliho úloha - rozuzlení

Řešením Bernoulliho úlohy je **cykloida**.

Bernoulliho úloha - rozuzlení

Cykloidu definuje pohyb ventilku na jízdním kole.

Cykloidu definuje pohyb ventilku na jízdním kole.

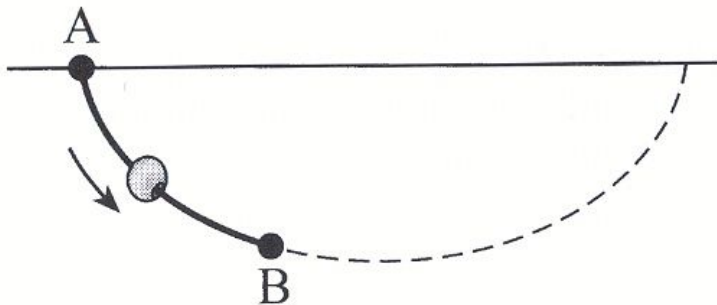


Bernoulliho úloha - rozuzlení

Takže řešení vypadá asi takhle:

Bernoulliho úloha - rozuzlení

Takže řešení vypadá asi takhle:

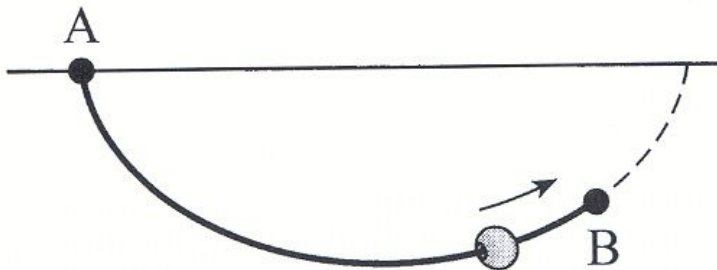


Bernoulliho úloha - rozuzlení

A to dokonce i tehdy, když chvilku vede **pod úrovní bodu B** (!!)

Bernoulliho úloha - rozuzlení

A to dokonce i tehdy, když chvíli vede **pod úrovní bodu B** (!!)



Další brutální útok na intuici

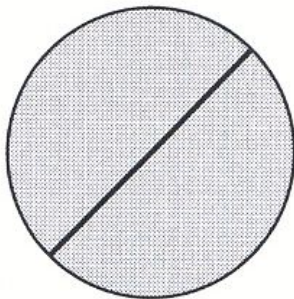
Kakeyův problém (1917)

Kakeyův problém

Určete nejmenší plochu potřebnou k otočení jehly délky 1 o 180 stupňů.

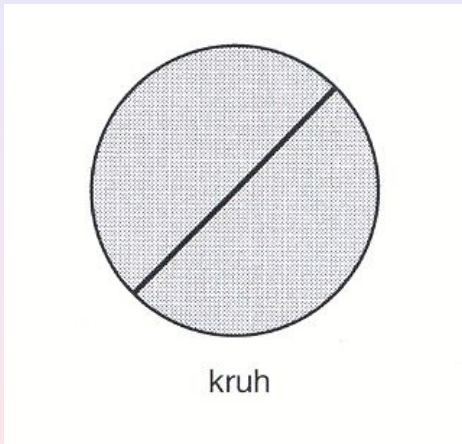
První nástřel řešení: kruh o poloměru $\frac{1}{2}$

První nástřel řešení: kruh o poloměru $\frac{1}{2}$



kruh

První nástřel řešení: kruh o poloměru $\frac{1}{2}$

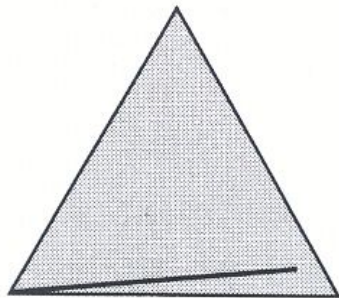


plocha: $\frac{\pi}{4} \approx 0.78$

hezký pokus

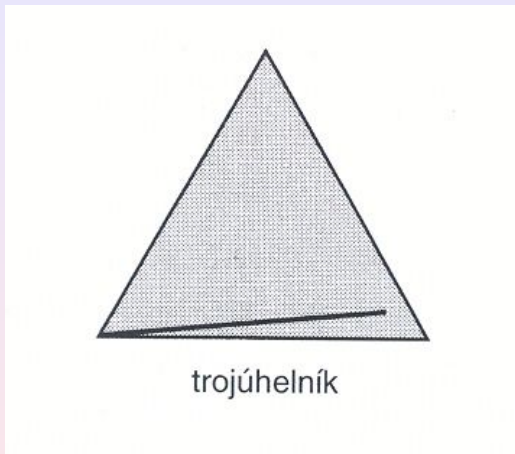
Významný posun vpřed: rovnostranný trojúhelník

Významný posun vpřed: rovnostranný trojúhelník



trojúhelník

Významný posun vpřed: rovnostranný trojúhelník



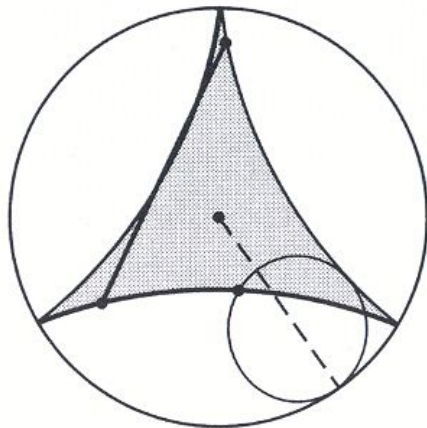
plocha: $\frac{1}{\sqrt{3}} \approx \mathbf{0.58}$

dobré!

Pokrok nelze zastavit

Ještě lepší řešení: **hypocykloida**

Pokrok nelze zastavit



hypocykloida

Jak vzniká hypocykloida?

Jak vzniká hypocykloida?

bod na kružnici o poloměru $\frac{1}{4}$ se valí po vnitřní straně kruhu o poloměru $\frac{3}{4}$

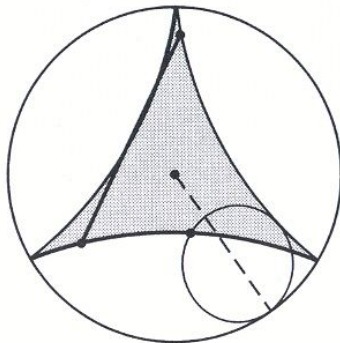
Jak vzniká hypocykloida?

bod na kružnici o poloměru $\frac{1}{4}$ se valí po vnitřní straně kruhu o poloměru $\frac{3}{4}$

jehlu obracíme pohybem připomínajícím obrat automobilu na tři kroky.

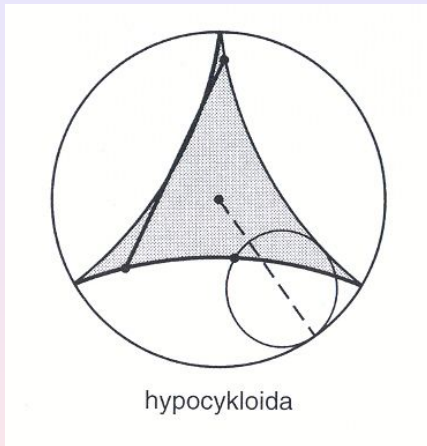
Plocha se zmenšuje

Plocha se zmenšuje



hypocykloida

Plocha se zmenšuje



Plocha: $\frac{\pi}{8} \approx 0.39$

vypadá to dobře - už jsme na polovině prvotního odhadu

Kakeyův problém – rozuzlení

A.S. Besicovitch (1927):

A.S. Besicovitch (1927):

Kakeyův problém vůbec žádné řešení **NEMÁ!**

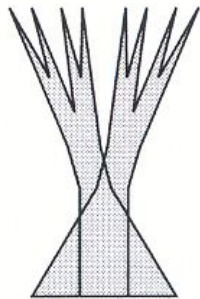
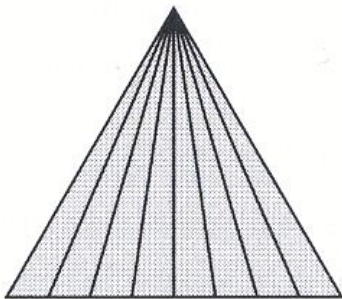
A.S. Besicovitch (1927):

Kakeyův problém vůbec žádné řešení **NEMÁ!**

Jehlu je totiž možno otočit na ploše libovolně malého obsahu!

Řešení připomíná indiánské tee-pee

Řešení připomíná indiánské tee-pee



Nedůvěřujte ani géliům!

Nedůvěřujte ani géniům!

Eulerova domněnka: neexistují žádná kladná celočíselná řešení rovnice

$$x^4 + y^4 + z^4 = w^4$$

Nedůvěřujte ani géniům!

Eulerova domněnka: neexistují žádná kladná celočíselná řešení rovnice

$$x^4 + y^4 + z^4 = w^4$$

1988 Noam Elkies:

$$2682440^4 + 15365639^4 + 18796760^4 = 20615673^4.$$

A co fyzikální intuice?

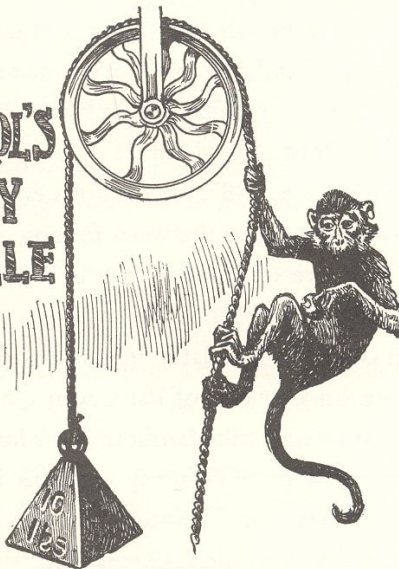
A co fyzikální intuice?

Jak jste na tom s **fyzikální intuicí**?

Carollova opice

ÚLOHA: *Opice šplhá po laně přidělaném ke kladce, na druhé straně kladky je na laně zavěšeno závaží, vážící stejně jako opice. Kam se bude závaží posunovat, dolů nebo nahoru?*

LEWIS CARROL'S MONKEY PUZZLE



Carollova opice - učená debata z roku 1893

Carollova opice - učená debata z roku 1893

Price: závaží směřuje *nahoru* s rostoucí rychlostí

Carollova opice - učená debata z roku 1893

Price: závaží směřuje *nahoru* s rostoucí rychlostí

Clifton, Harcour: závaží směřuje *nahoru* se stejnou rychlostí,
jakou šplhá opice

Carollova opice - učená debata z roku 1893

Price: závaží směřuje *nahoru* s rostoucí rychlostí

Clifton, Harcour: závaží směřuje *nahoru* se stejnou rychlostí, jakou šplhá opice

Sampson: závaží směřuje *dolů*

Carollova opice - učená debata z roku 1893

Price: závaží směřuje *nahoru* s rostoucí rychlostí

Clifton, Harcour: závaží směřuje *nahoru* se stejnou rychlostí, jakou šplhá opice

Sampson: závaží směřuje *dolů*

Řešení: závaží je neustále *ve stejné výšce* jako opice

O princezně a housence

O princezně a housence

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V . Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v .*

O princezně a housence

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V . Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v .*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V . Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v .*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V . Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v .*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

- **ANO**, dožene

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V . Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v .*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

- **ANO**, dožene
- **NE**, nedožene

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V . Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v .*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

- **ANO**, dožene
- **NE**, nedožene
- výsledek **závisí na rychlostech** v a V

Tuto úlohu nelze vyřešit žádnou fyzikální úvahou.

Tuto úlohu nelze vyřešit žádnou fyzikální úvahou.

Bez matematiky to prostě nejde!!

Matematické paradoxy

Existují tři typy paradoxů:

Matematické paradoxy

Existují tři typy paradoxů:

paradoxy *typu 1*: tvrzení vypadá absurdně, ale platí;

Existují tři typy paradoxů:

paradoxy *typu 1*: tvrzení vypadá absurdně, ale platí;

paradoxy *typu 2*: tvrzení vypadá věrohodně, ale neplatí;

Matematické paradoxy

Existují tři typy paradoxů:

paradoxy *typu 1*: tvrzení vypadá absurdně, ale platí;

paradoxy *typu 2*: tvrzení vypadá věrohodně, ale neplatí;

(obvykle jde o nějaký švindl)

Existují tři typy paradoxů:

paradoxy *typu 1*: tvrzení vypadá absurdně, ale platí;

paradoxy *typu 2*: tvrzení vypadá věrohodně, ale neplatí;

(obvykle jde o nějaký švindl)

paradoxy *typu 3* (antinomy): výroky vedoucí ke sporným důsledkům

Paradoxy typu 3 (antinomy)

Paradoxy typu 3 (antinomy)

Antinomy jsou v drtivé většině logické paradoxy, k fyzické realitě nemají žádný vztah.

Paradoxy typu 3 (antinomy)

Antinomy jsou v drtivé většině logické paradoxy, k fyzické realitě nemají žádný vztah.

Russellův paradox (1901): Definujeme množinu všech množin, které nejsou samy sobě svým prvkem. Je tato množina svým vlastním prvkem?

Paradoxy typu 3 (antinomy)

Antinomy jsou v drtivé většině logické paradoxy, k fyzické realitě nemají žádný vztah.

Russellův paradox (1901): Definujeme množinu všech množin, které nejsou samy sobě svým prvkem. Je tato množina svým vlastním prvkem?

Obě odpovědi vedou k logickému sporu.

Richardův paradox

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**,

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu Ferdinanda I. Habsburského na český trůn* definuje číslo

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu Ferdinanda I. Habsburského na český trůn* definuje číslo **1526**.

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu Ferdinanda I. Habsburského na český trůn* definuje číslo **1526**.

Naopak, výraz *historický význam Habsburků na českém trůně*

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu Ferdinanda I. Habsburského na český trůn* definuje číslo **1526**.

Naopak, výraz *historický význam Habsburků na českém trůně* žádné číslo nedefinuje.

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu Ferdinanda I. Habsburského na český trůn* definuje číslo **1526**.

Naopak, výraz *historický význam Habsburků na českém trůně* žádné číslo nedefinuje.

Severomoravská verze příkladu:

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu Ferdinanda I. Habsburského na český trůn* definuje číslo **1526**.

Naopak, výraz *historický význam Habsburků na českém trůně* žádné číslo nedefinuje.

Severomoravská verze příkladu: výraz *rok, ve kterém Baník poprvé vyhrál ligu*, definuje číslo

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu Ferdinanda I. Habsburského na český trůn* definuje číslo **1526**.

Naopak, výraz *historický význam Habsburků na českém trůně* žádné číslo nedefinuje.

Severomoravská verze příkladu: výraz *rok, ve kterém Baník poprvé vyhrál ligu*, definuje číslo **1976**.

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu Ferdinanda I. Habsburského na český trůn* definuje číslo **1526**.

Naopak, výraz *historický význam Habsburků na českém trůně* žádné číslo nedefinuje.

Severomoravská verze příkladu: výraz *rok, ve kterém Baník poprvé vyhrál ligu*, definuje číslo **1976**.

Naopak, výraz **Sparta fuj!**

Richardův paradox

V roce 1905 objevil **Jules Richard** zajímavý paradox.

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu Ferdinanda I. Habsburského na český trůn* definuje číslo **1526**.

Naopak, výraz *historický význam Habsburků na českém trůně* žádné číslo nedefinuje.

Severomoravská verze příkladu: výraz *rok, ve kterém Baník poprvé vyhrál ligu*, definuje číslo **1976**.

Naopak, výraz **Sparta fuj!** žádné číslo nedefinuje.

Richardův paradox - pokračování

OTÁZKA:

OTÁZKA: Které číslo definuje následující slovní spojení?

OTÁZKA: Které číslo definuje následující slovní spojení?

“Nejmenší číslo, které není možné žádným způsobem definovat pomocí českého slovního útvaru obsahujícího počet slov ostře menší než dvacet.”

OTÁZKA: Které číslo definuje následující slovní spojení?

“Nejmenší číslo, které není možné žádným způsobem definovat pomocí českého slovního útvaru obsahujícího počet slov ostře menší než dvacet.”

Ať je toto číslo jakékoli, právě jsme jej definovali pomocí českého slovního útvaru o pouhých devatenácti slovech.

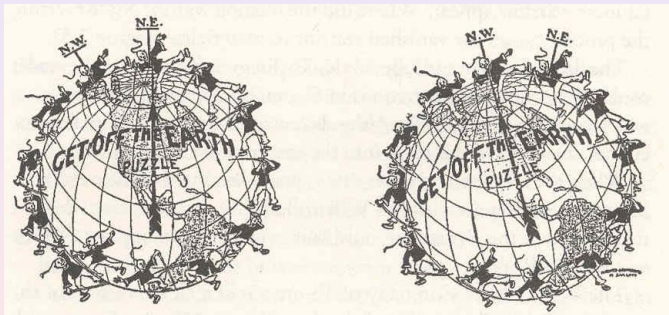
Paradoxy typu 2 (švindly)

Paradoxy typu 2 (švindly)

Sam Lloyd.

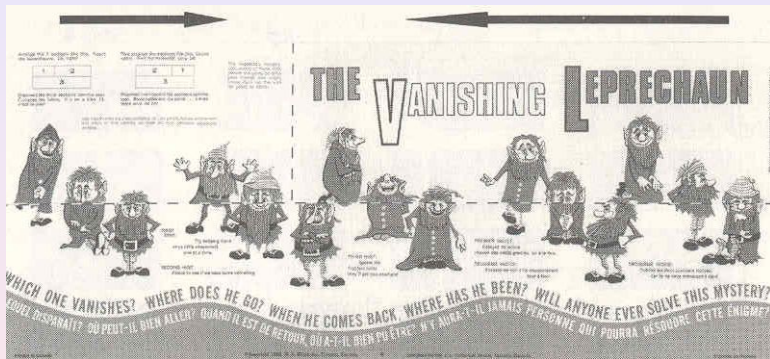
Paradoxy typu 2 (švindly)

Sam Lloyd.

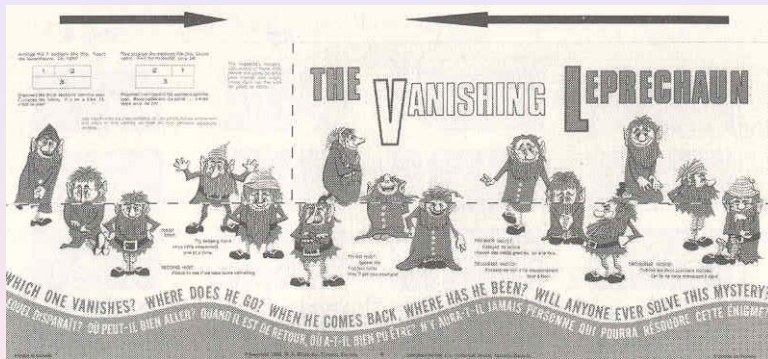


Zmizelý pidižvýk

Zmizelý pidižvýk



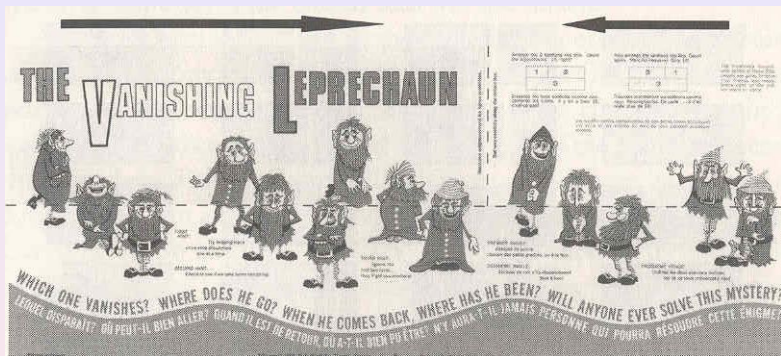
Zmizelý pidižvýk



Máme patnáct pidižvýků.

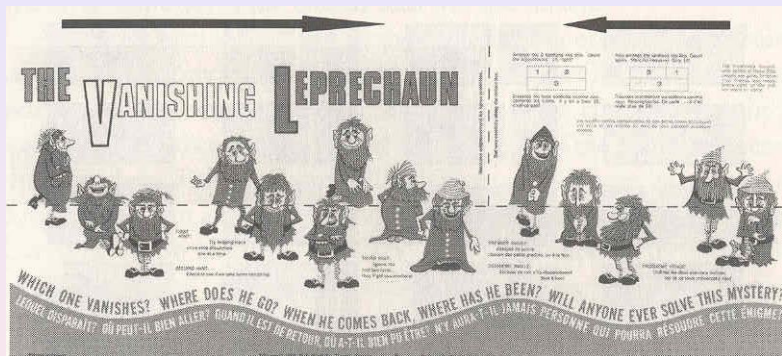
Zmizelý pidižvýk

Zmizelý pidižvýk



Po záměně horních dílů jich je jen 14.

Zmizelý pidižvýk

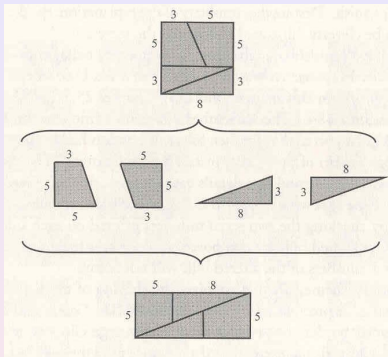


Po záměně horních dílů jich je jen 14.

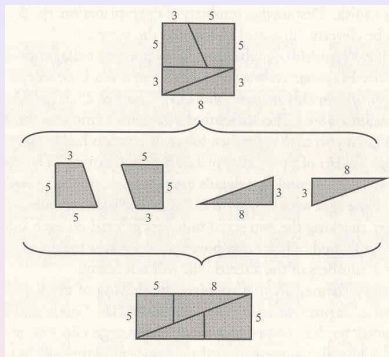
Kam zmizel patnáctý pidižvýk?

Fígl se čtvercem

Fígl se čtvercem

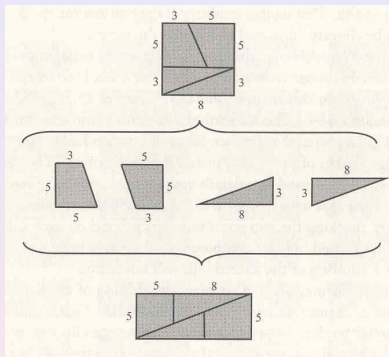


Fígl se čtvercem

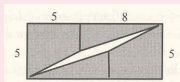


a jeho vysvětlení:

Fígl se čtvercem



a jeho vysvětlení:



Paradoxy typu 1

Braessův paradox (každý si může ověřit)

Braessův paradox (každý si může ověřit)

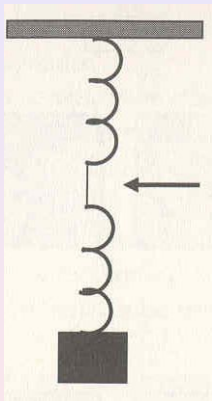
Zavěsíme závaží na pružinu přerušenou strunou, obě části pružiny přichytíme dvěma dalšími strunami a původní strunu přestříhneme.

Braessův paradox (každý si může ověřit)

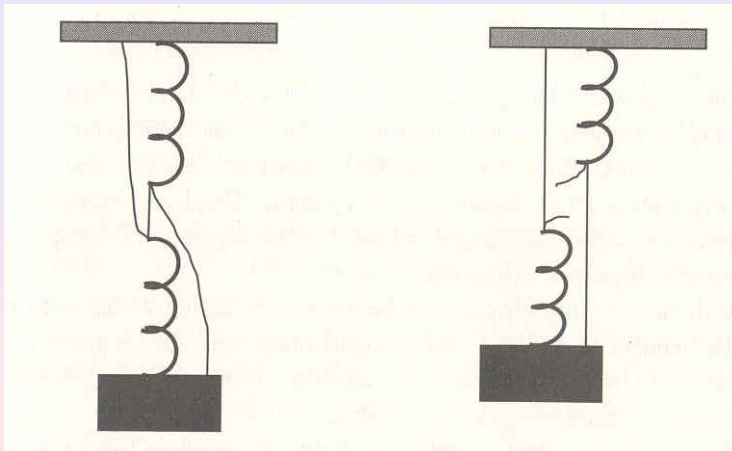
Zavěsíme závaží na pružinu přerušenou strunou, obě části pružiny přichytíme dvěma dalšími strunami a původní strunu přestřihneme.

Je zřejmé, že závaží klesne?

Klesne závaží?



Opak je pravdou!



Simpsonův paradox

Simpsonův paradox

Posuzujeme efektivnost dvou druhů léku proti zákeřné chorobě.
Máme k dispozici data aplikace léků na **245** pacientů, z toho **200** mužů a **45** žen.

Males

Red pills

Survive	Die
80 (80%)	20 (20%)

Yellow pills

Survive	Die
78 (78%)	22 (22%)

Females

Red pills

Survive	Die
20 (50%)	20 (50%)

Yellow pills

Survive	Die
2 (40%)	3 (60%)

Combined

Red pills

Survive	Die
100 (71.4%)	40 (28.6%)

Yellow pills

Survive	Die
80 (76.2%)	25 (23.8%)

Simpsonův paradox

Simpsonův paradox

Položte si dvě otázky:

Simpsonův paradox

Položte si dvě otázky:

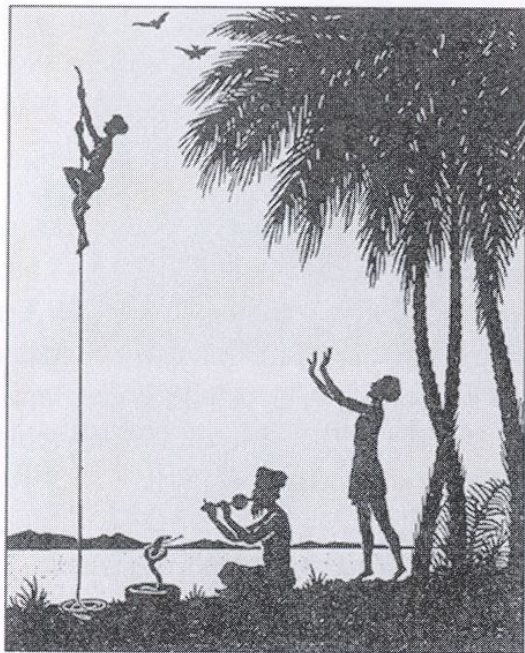
1) *jste-li pacient, kterému léku dáte přednost?*

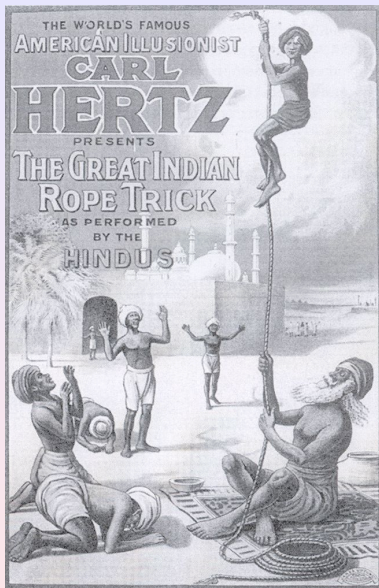
Položte si dvě otázky:

- 1) *jste-li pacient, kterému léku dáte přednost?*
- 2) *jste-li lékař, jaký lék nabídnete pacientovi, jestliže nevíte, zda je to muž nebo žena?*

Věci k neuvěření

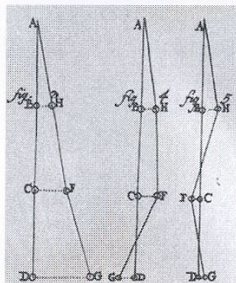
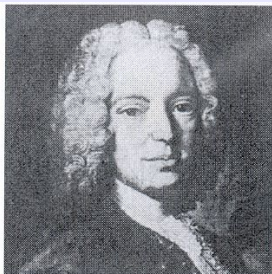
- **Indický trik s lanem**





Teoretický podklad: sdružená kyvadla

Daniel Bernoulli (1738) publikoval převratnou práci o pohybu sdružených kyvadel



Teoretický pokus o stabilizaci obráceného kyvadla

Teoretický pokus o stabilizaci obráceného kyvadla

David Acheson (1992) dokázal (pomocí diferenciálních rovnic), že systém **obrácených** kyvadel lze stabilizovat, jestliže rozvibrujeme osu nahoru a dolů (!)

Teoretický pokus o stabilizaci obráceného kyvadla

David Acheson (1992) dokázal (pomocí diferenciálních rovnic), že systém **obrácených** kyvadel lze stabilizovat, jestliže rozvibrujeme osu nahoru a dolů (!)

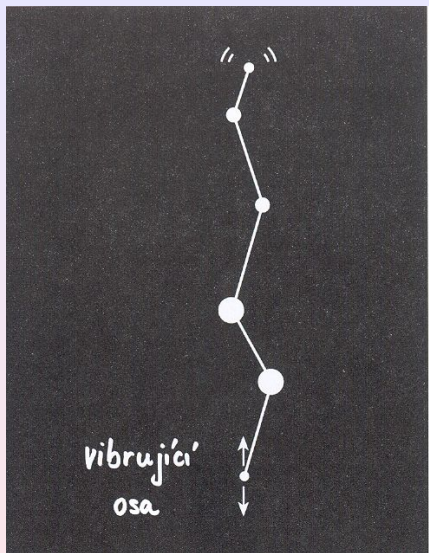
kyvadel může být libovolně mnoho a různých velikostí

Teoretický pokus o stabilizaci obráceného kyvadla

David Acheson (1992) dokázal (pomocí diferenciálních rovnic), že systém **obrácených** kyvadel lze stabilizovat, jestliže rozvibrujeme osu nahoru a dolů (!)

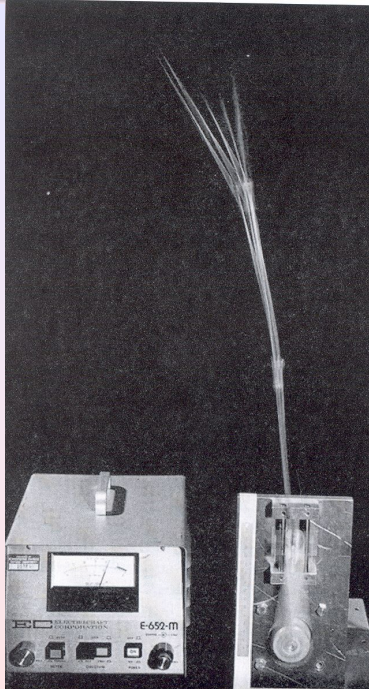
kyvadel může být libovolně mnoho a různých velikostí

To není balancování tyče na dlani!



Ověření teorie v praxi

David Acheson a Tom Mullin (1993) zkonstruovali příslušné zařízení a teorii ověřili pokusem



Luboš Pick (KMA MFF UK Praha)

Kam nás vede klamná intuice

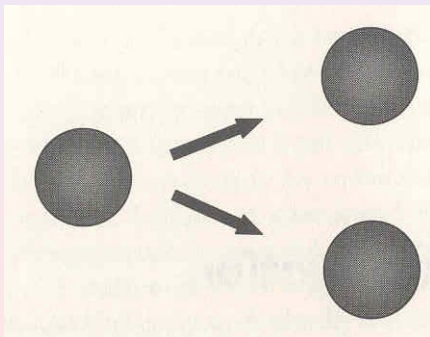
Vrchol kontraintuitivního myšlení: Banachova–Tarského věta:

Vrchol kontraintuitivního myšlení: Banachova–Tarského věta:

Jednotkovou kouli v 3D lze rozložit na sjednocení **pěti** podmnožin a z nich potom složit dvě koule, obě **identické** s původní koulí.

Vrchol kontraintuitivního myšlení: Banachova–Tarského věta:

Jednotkovou kouli v 3D lze rozložit na sjednocení **pěti** podmnožin a z nich potom složit dvě koule, obě **identické** s původní koulí.



Publikace věty: 1924

Publikace věty: 1924





Sur la décomposition des ensembles de points en parties respectivement congruentes.

Par

St. Banach (Lwów) et A. Tarski (Varsovie).

Nous étudions dans cette Note les notions de l'équivalence des ensembles de points par décomposition finie, resp. dénombrable. Deux ensembles de points situés dans un espace métrique sont dits équivalents par décomposition finie (ou dénombrable), lorsqu'ils peuvent être décomposés en un nombre fini et égal (ou une infinité dénombrable) de parties disjointes respectivement congruentes.

Les principaux résultats contenus dans le présent article sont les suivants:

Dans un espace euclidien à $n \geq 3$ dimensions deux ensembles arbitraires, bornés et contenant des points intérieurs (p. ex. deux sphères à rayons différents), sont équivalents par décomposition finie.

Un théorème analogue subsiste pour les ensembles situés sur la surface d'une sphère; mais le théorème correspondant concernant l'espace euclidien à 1 ou 2 dimensions est faux.

D'autre part:

Dans un espace euclidien à $n \geq 1$ dimensions deux ensembles arbitraires (bornés ou non), contenant des points intérieurs, sont équivalents par décomposition dénombrable.

La démonstration des théorèmes précédents repose sur les faits

Následovala vlna kontroverze mezi matematiky.

Následovala vlna kontroverze mezi matematiky.

Studenti se chodili ptát: *opravdu matematici umějí zdvojnásobovat objem?*

Následovala vlna kontroverze mezi matematiky.

Studenti se chodili ptát: *opravdu matematici umějí zdvojnásobovat objem?*

V Illinoisu početný občan požadoval zákon, který by výuku takových nesmyslů zakazoval.

Banachova–Tarského věta - praktičtější formulace

Banachova–Tarského věta - praktičtější formulace

Libovolnou bankovku, například 100 Euro je možné rozstříhat na konečně mnoho kousků, z nichž potom lze sestavit bankovku jinou, například 500 Euro.

Libovolnou bankovku, například **100 Euro** je možné rozstříhat na konečně mnoho kousků, z nichž potom lze sestavit bankovku jinou, například **500 Euro**.

K tomu stačí vlastnit velice speciální nůžky.

Banachova–Tarského věta - praktičtější formulace

Libovolnou bankovku, například **100 Euro** je možné rozstříhat na konečně mnoho kousků, z nichž potom lze sestavit bankovku jinou, například **500 Euro**.

K tomu stačí vlastnit velice speciální nůžky.

Tyto dovednosti vyučujeme na matfyzu v **teorii míry**.

Banachova–Tarského věta: verze pro exoty

Banachova–Tarského věta: verze pro exoty

Libovolnou bankovku, například 500 Euro je možné rozstříhat na konečně mnoho kousků, z nichž potom lze sestavit bankovku jinou, například 100 Euro.

Kdo za to může?

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

jejich **teorie míry**,

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

jejich **teorie míry**,

práce s nekonečnem,

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

jejich **teorie míry**,

práce s nekonečnem,

existence **neměřitelných množin**,

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

jejich **teorie míry**,

práce s nekonečnem,

existence **neměřitelných množin**,

a hlavně **axiom výběru**

Je matematika tvořena nebo (pouze) objevována?

Je matematika tvořena nebo (pouze) objevována?

Příklady:

Je matematika tvořena nebo (pouze) objevována?

Příklady:

- *Karel Plicka*

Je matematika tvořena nebo (pouze) objevována?

Příklady:

- *Karel Plicka*
- *Ludwig van Beethoven*

Je matematika tvořena nebo (pouze) objevována?

Příklady:

- *Karel Plicka*
- *Ludwig van Beethoven*
- *sochy*

Dva pohledy na matematiku

Platonisté: matematické objekty **nej**sou plodem lidského ducha,

Dva pohledy na matematiku

Platonisté: matematické objekty **nejsou** plodem lidského ducha,
existují *tam někde* nezávisle na našem vnímání a my je pouze
objevujeme.

Dva pohledy na matematiku

Platonisté: matematické objekty **nejsou** plodem lidského ducha,
existují *tam někde* nezávisle na našem vnímání a my je pouze
objevujeme.

Formalisté: matematika je pouze symbolický jazyk,

Dva pohledy na matematiku

Platonisté: matematické objekty **nejsou** plodem lidského ducha, existují *tam někde* nezávisle na našem vnímání a my je pouze objevujeme.

Formalisté: matematika je pouze symbolický jazyk, při jeho správném použití vzniknou věty, důkazy, konstrukce atd., *vše je vytvářeno lidmi.*

Dva pohledy na matematiku

Platonisté: matematické objekty **nejsou** plodem lidského ducha, existují *tam někde* nezávisle na našem vnímání a my je pouze objevujeme.

Formalisté: matematika je pouze symbolický jazyk, při jeho správném použití vzniknou věty, důkazy, konstrukce atd., *vše je vytvářeno lidmi.*

Údajně jsou skoro všichni matematikové *platonisté*, ale nechtějí to přiznat.

A co jste vy zač?

A co jste vy zač?

Jste platonisté?

A co jste vy zač?

Jste platonisté?

Uvidíme!

Gödelův test platonismu

Poměr obvodu kružnice ku jejímu průměru označíme π .

Gödelův test platonismu

Poměr obvodu kružnice ku jejímu průměru označíme π .

Pak π je *iracionální*.

Gödelův test platonismu

Poměr obvodu kružnice ku jejímu průměru označíme π .

Pak π je *iracionální*.

Dokonce je *transcendentní*.

Gödelův test platonismu

Poměr obvodu kružnice ku jejímu průměru označíme π .

Pak π je *iracionální*.

Dokonce je *transcendentní*.

Nelze jej tedy vypočítat přesně.

Gödelův test platonismu

Poměr obvodu kružnice ku jejímu průměru označíme π .

Pak π je *iracionální*.

Dokonce je *transcendentní*.

Nelze jej tedy vypočítat přesně.

Je ho však možno vyjádřit ve tvaru *nekonečné sumy*, například

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots,$$

Poměr obvodu kružnice ku jejímu průměru označíme π .

Pak π je *iracionální*.

Dokonce je *transcendentní*.

Nelze jej tedy vypočítat přesně.

Je ho však možno vyjádřit ve tvaru *nekonečné sumy*, například

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots,$$

Takže jej lze vyjádřit až na libovolně velký počet desetinných míst.

Otázky kolem čísla π

Vyskytují se v desetinném rozvoji π všechny číslice nekonečněkrát?

Vyskytují se v desetinném rozvoji π všechny číslice nekonečněkrát?

A se stejnou frekvencí?

Vyskytují se v desetinném rozvoji π všechny číslice nekonečněkrát?

A se stejnou frekvencí?

Obsahuje desetinný rozvoj nějaká číselná schémata, která se stále opakují?

Na scénu vstupuje Kurt Gödel

Na scénu vstupuje Kurt Gödel



Na scénu vstupuje Kurt Gödel



Kurt Gödel v roce 1931 dokázal existenci tzv. *nerozhodnutelných tvrzení*.

Tak, teď se ukáže!

Tak, teď se ukáže!

Možná, že následující otázka je nerozhodnutelná:

Tak, teď se ukáže!

Možná, že následující otázka je nerozhodnutelná:

Obsahuje či neobsahuje v našem axiomatickém systému desetinný rozvoj čísla π nekonečně mnoho nul?

Tak, teď se ukáže!

Možná, že následující otázka je nerozhodnutelná:

Obsahuje či neobsahuje v našem axiomatickém systému desetinný rozvoj čísla π nekonečně mnoho nul?

Věříte-li, že odpověď existuje a zní buď ano nebo ne, pak jste platonisté.

Tak, teď se ukáže!

Možná, že následující otázka je nerozhodnutelná:

Obsahuje či neobsahuje v našem axiomatickém systému desetinný rozvoj čísla π nekonečně mnoho nul?

Věříte-li, že odpověď existuje a zní buď ano nebo ne, pak jste platonisté.

Formalisté odmítnou otázku jako nesmyslnou.

Tak, teď se ukáže!

Možná, že následující otázka je nerozhodnutelná:

Obsahuje či neobsahuje v našem axiomatickém systému desetinný rozvoj čísla π nekonečně mnoho nul?

Věříte-li, že odpověď existuje a zní buď ano nebo ne, pak jste platonisté.

Formalisté odmítnou otázku jako nesmyslnou.

Dělá padající strom v lese hluk, jestliže okolo není nikdo, kdo by ho slyšel spadnout?

Tak, teď se ukáže!

Možná, že následující otázka je nerozhodnutelná:

Obsahuje či neobsahuje v našem axiomatickém systému desetinný rozvoj čísla π nekonečně mnoho nul?

Věříte-li, že odpověď existuje a zní buď ano nebo ne, pak jste platonisté.

Formalisté odmítnou otázku jako nesmyslnou.

Dělá padající strom v lese hluk, jestliže okolo není nikdo, kdo by ho slyšel spadnout?

Tak co, jste platonisté?

Předchůdce B-T: superslovník Hyperwebster

MOTTO:

Popsat Vám ji lze jen stěží, slovník můj má málo slov . . .

(Julianne, The Rangers 1972)

Všechny výrazy, které lze formulovat z 26 písmen anglické abecedy.

Všechny výrazy, které lze formulovat z 26 písmen anglické abecedy.

Začíná: *A, AA, AAA, AAAA, ...*

Všechny výrazy, které lze formulovat z 26 písmen anglické abecedy.

Začíná: *A, AA, AAA, AAAA, ...*

Po nekonečně mnoha výrazech: *AB, ABA, ABAA, ...*

Všechny výrazy, které lze formulovat z 26 písmen anglické abecedy.

Začíná: *A, AA, AAA, AAAA, ...*

Po nekonečně mnoha výrazech: *AB, ABA, ABAA, ...*

Není to sice **výkladový** slovník, ale **definice** v něm jsou:

Všechny výrazy, které lze formulovat z 26 písmen anglické abecedy.

Začíná: *A, AA, AAA, AAAA, ...*

Po nekonečně mnoha výrazech: *AB, ABA, ABAA, ...*

Není to sice **výkladový** slovník, ale **definice** v něm jsou:

**správné: LICHOBENZIKJECTYRUHELNIKK-
TERYMAPRAVEDVESTRANYROVNOBEZNE**

Všechny výrazy, které lze formulovat z 26 písmen anglické abecedy.

Začíná: *A, AA, AAA, AAAA, ...*

Po nekonečně mnoha výrazech: *AB, ABA, ABAA, ...*

Není to sice **výkladový** slovník, ale **definice** v něm jsou:

správné: **LICHOBEZNIKJECTYRUHELNIKK-
TERYMAPRAVEDVESTRANYROVNOBEZNE**

i *nesprávné:* **LICHOBEZNIKJEPLCHOVYHLODAVEC**

Vydání Hyperwebsteru

Vydavatel se rozhodne vydat slovník ve 26 dílech:

Vydavatel se rozhodne vydat slovník ve 26 dílech:

Díl A: A, AA, AAA, ..., AB, ABA, ..., ABB,

Díl B: B, BA, BAA, ..., BB, BBA, ..., BBB,

Díl C: C, CA, CAA, ..., CB, CBA, ..., CBB,

⋮

Díl Z: Z, ZA, ZAA, ..., ZB, ZBA, ..., ZBB,

Vydavatel se rozhodne vydat slovník ve 26 dílech:

Díl A: A, AA, AAA, ..., AB, ABA, ..., ABB,

Díl B: B, BA, BAA, ..., BB, BBA, ..., BBB,

Díl C: C, CA, CAA, ..., CB, CBA, ..., CBB,

⋮

Díl Z: Z, ZA, ZAA, ..., ZB, ZBA, ..., ZBB,

Pak škrtne zbytečné první písmenko.

Vydavatel se rozhodne vydat slovník ve 26 dílech:

Díl A: A, AA, AAA, ..., AB, ABA, ..., ABB,

Díl B: B, BA, BAA, ..., BB, BBA, ..., BBB,

Díl C: C, CA, CAA, ..., CB, CBA, ..., CBB,

⋮

Díl Z: Z, ZA, ZAA, ..., ZB, ZBA, ..., ZBB,

Pak škrtne zbytečné první písmenko.

Pak zjistí, že jsou všechny díly stejné, takže vydá jen díl A.

Vydavatel se rozhodne vydat slovník ve 26 dílech:

Díl A: A, AA, AAA, ..., AB, ABA, ..., ABB,

Díl B: B, BA, BAA, ..., BB, BBA, ..., BBB,

Díl C: C, CA, CAA, ..., CB, CBA, ..., CBB,

⋮

Díl Z: Z, ZA, ZAA, ..., ZB, ZBA, ..., ZBB,

Pak škrtne zbytečné první písmenko.

Pak zjistí, že jsou všechny díly stejné, takže vydá jen díl A.

A změní jeho název na **Hyperwebster**.

Vztah superslovníku k hrášku a sluníčku

Vztah superslovníku k hrášku a sluníčku

Superslovník Hyperwebster je přímým předchůdcem BT paradoxu o hrášku a sluníčku v následujícím smyslu.

Vztah superslovníku k hrášku a sluníčku

Superslovník Hyperwebster je přímým předchůdcem BT paradoxu o hrášku a sluníčku v následujícím smyslu.

Hyperwebster totiž obsahuje 26 zcela identických kopií sebe sama!

Vztah superslovníku k hrášku a sluníčku

Superslovník Hyperwebster je přímým předchůdcem BT paradoxu o hrášku a sluníčku v následujícím smyslu.

Hyperwebster totiž obsahuje 26 zcela identických kopií sebe sama!

Kdežto BT věta vyžaduje jen (ušmudlané) dvě kopie.

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl.*

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl.*

Dobře, ale pak musíme *zavrhnout axiom výběru.*

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl.*

Dobře, ale pak musíme *zavrhnout axiom výběru.*

A rozloučit se s rozsáhlými partiemi nádherné matematiky.

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl.*

Dobře, ale pak musíme *zavrhnout axiom výběru.*

A rozloučit se s rozsáhlými partiemi nádherné matematiky.

Možnost 2: *přijmout bez výhrad a bez další interpretace.*

Jak chápat Banachovu-Tarského větu?

Možnost 1: *exemplárně ji zavrhnout jakožto zjevný naprostý nesmysl.*

Dobře, ale pak musíme *zavrhnout axiom výběru.*

A rozloučit se s rozsáhlými partiemi nádherné matematiky.

Možnost 2: *přijmout bez výhrad a bez další interpretace.*

Pak zase ale musíme začít *zdvojoval hmotu.*

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

V Zermelo-Fränkelově axomatickém systému toto tvrzení platí, přijmeme-li axiom výběru.

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

V Zermelo-Fränkelově axomatickém systému toto tvrzení platí, přijmeme-li axiom výběru.

Axiom výběru je matematický axiom, nikoli fyzikální!

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

V Zermelo-Fränkelově axomatickém systému toto tvrzení platí, přijmeme-li axiom výběru.

Axiom výběru je matematický axiom, nikoli fyzikální!

Celé je to možné jedině díky tomu, že pracujeme s množinami, které **nemají objem**.

Naštěstí je tu ještě jedna možnost

Možnost 3: *uvědomit si, že jde (pouze) o matematickou větu.*

V Zermelo-Fränkelově axomatickém systému toto tvrzení platí, přijmeme-li axiom výběru.

Axiom výběru je matematický axiom, nikoli fyzikální!

Celé je to možné jedině díky tomu, že pracujeme s množinami, které **nemají objem**.

Zdvojit hmotu tedy asi nebudeme.

Fools Day Hoax 1975

Fools Day Hoax 1975

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Fools Day Hoax 1975

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: “Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány”

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: “Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány”

- věta o čtyřech barvách vyvrácena

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: “Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány”

- věta o čtyřech barvách vyvrácena
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: “Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány”

- věta o čtyřech barvách vyvrácena
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)
- objev neporazitelného šachového programu

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: “Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány”

- věta o čtyřech barvách vyvrácena
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)
- objev neporazitelného šachového programu
- nalezena chybějící stránka z deníku Leonarda da Vinciho

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: “Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány”

- věta o čtyřech barvách vyvrácena
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)
- objev neporazitelného šachového programu
- nalezena chybějící stránka z deníku Leonarda da Vinciho
- objev chyby v teorii relativity

1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: “Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány”

- věta o čtyřech barvách vyvrácena
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)
- objev neporazitelného šachového programu
- nalezena chybějící stránka z deníku Leonarda da Vinciho
- objev chyby v teorii relativity
- objev motoru poháněného psychickou energií

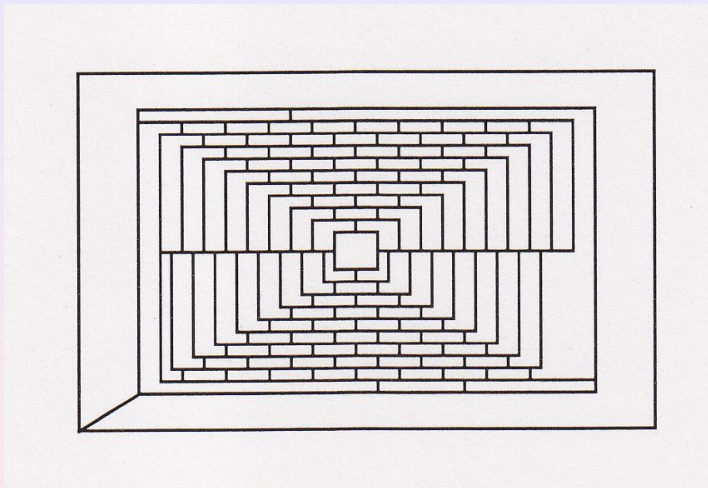
1. dubna 1975 uveřejnil *Scientific American* článek

Martin Gardner: “Šest významných objevů, které dosud nebyly publikovány”

- věta o čtyřech barvách vyvrácena
- $e^{\pi\sqrt{163}}$ je celé číslo (tzv. Ramanujanova konstanta)
- objev neporazitelného šachového programu
- nalezena chybějící stránka z deníku Leonarda da Vinciho
- objev chyby v teorii relativity
- objev motoru poháněného psychickou energií (v Praze!)

K větě o čtyřech barvách

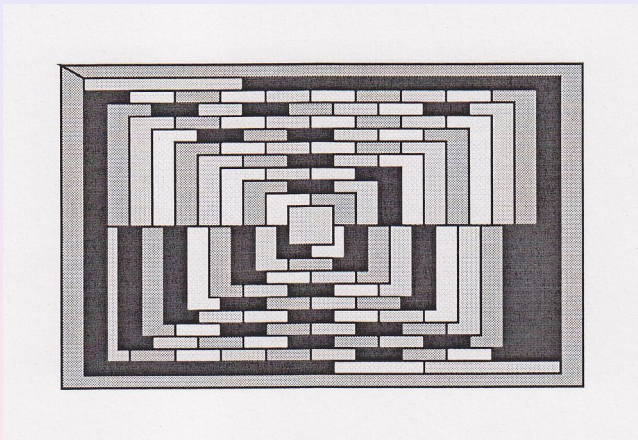
K větě o čtyřech barvách



čtyři barvy poprvé

K větě o čtyřech barvách

K větě o čtyřech barvách



čtyři barvy podruhé

Ramanujanova konstanta

Tvrzení z článku:

Tvrzení z článku:

$$e^{\pi\sqrt{163}} = 262\,537\,412\,640\,768\,744$$

Tvrzení z článku:

$$e^{\pi\sqrt{163}} = 262\,537\,412\,640\,768\,744$$

A skutečnost:

Tvrzení z článku:

$$e^{\pi\sqrt{163}} = 262\,537\,412\,640\,768\,744$$

A skutečnost:

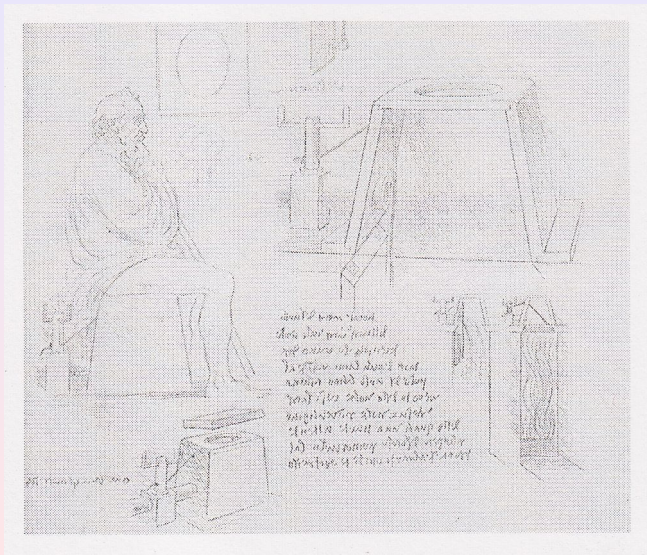
$$e^{\pi\sqrt{163}} = 262\,537\,412\,640\,768\,743,999999999999999925007$$

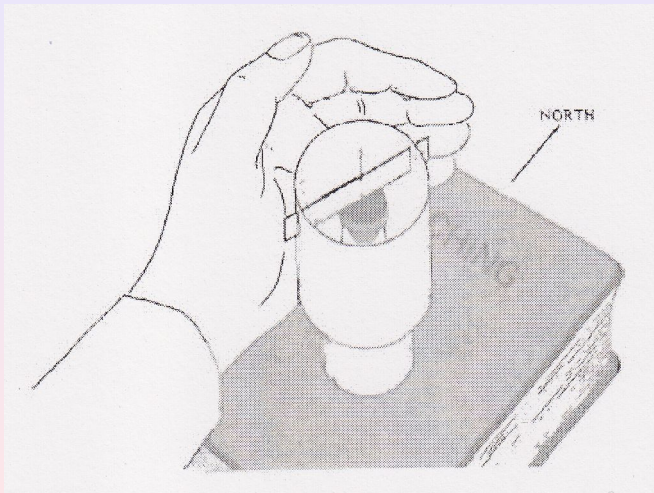
Chyba v teorii relativity

Tvrzení z článku: Tenká tyč metrové délky se posouvá velkou rychlostí podél hladké vodorovné desky s otvorem velikosti jednoho metru. Z hlediska soustavy spojené s deskou se jeví tyč jako zkrácená, a měla by spadnout do otvoru. Z hlediska tyče ale přesáhne její přední konec za otvor dávno předtím, než se zadní část ocitne nad otvorem, takže do otvoru nespadne. Tyto situace jsou ale ekvivalentní, a je tedy porušen základní princip speciální teorie relativity.

Chybějící stránka z Leonardova deníku

Chybějící stránka z Leonardova deníku





A na závěr jeden ohlas

Ivan Guffvanov III (University of Wisconsin): Rád bych Vás informoval, že Vás v nejbližší době bude kontaktovat můj právník ohledně způsobené škody ve výši 25 milionů dolarů. Pracoval jsem na problému čtyř barev 25 let a připravil jsem článek, který měl 300 stránek. Po přečtení článku M. Gardnera jsem jedinou verzi svého článku zničil.

Mýtus: matematik to nikam nedotáhne

Mýtus: matematik to nikam nedotáhne

Správně má být:

Mýtus: matematik to nikam nedotáhne

Správně má být:

spousta matematiků to dotáhla opravdu daleko!

Příklady širokého uplatnění matematiků

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
- 5) **Philip Glass**, hudební skladatel

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
- 5) **Philip Glass**, hudební skladatel
- 6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
- 5) **Philip Glass**, hudební skladatel
- 6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
- 7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
- 5) **Philip Glass**, hudební skladatel
- 6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
- 7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
- 8) **Leon Trockij**, revolucionář

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
- 5) **Philip Glass**, hudební skladatel
- 6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
- 7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
- 8) **Leon Trockij**, revolucionář
- 9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
- 5) **Philip Glass**, hudební skladatel
- 6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
- 7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
- 8) **Leon Trockij**, revolucionář
- 9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)
- 10) **Igor Němec**, primátor Prahy

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
- 5) **Philip Glass**, hudební skladatel
- 6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
- 7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
- 8) **Leon Trockij**, revolucionář
- 9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)
- 10) **Igor Němec**, primátor Prahy
- 11) **Ivo Svoboda**, ministr a vězeň

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
- 5) **Philip Glass**, hudební skladatel
- 6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
- 7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
- 8) **Leon Trockij**, revolucionář
- 9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)
- 10) **Igor Němec**, primátor Prahy
- 11) **Ivo Svoboda**, ministr a vězeň
- 12) **Eamon de Valera**, prezident Irské republiky

NĚKOLIK SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

- 1) **Lewis Carroll**, spisovatel (Alenka)
- 2) **Art Garfunkel**, zpěvák
- 3) **Marek Benda**, cenzor, právník z Plzně (náhubkový zákon)
- 4) **Michael Jordan**, sportovec (koš)
- 5) **Philip Glass**, hudební skladatel
- 6) **Emanuel Lasker**, mistr světa v šachu
- 7) **Kryštof Eben**, hudebník a bratr
- 8) **Leon Trockij**, revolucionář
- 9) **Sir Christopher Wren**, architekt (St. Paul's Cathedral)
- 10) **Igor Němec**, primátor Prahy
- 11) **Ivo Svoboda**, ministr a vězeň
- 12) **Eamon de Valera**, prezident Irské republiky
- 13) **Bram Stoker**, spisovatel (Drákula)

Uplatnění matematiků v zdánlivě vzdálených vědách

Historie - Madisonovy desky

Uplatnění matematiků v zdánlivě vzdálených vědách

Historie - Madisonovy desky

Lingvistika - jazyk český

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Pošli mi ondatry.

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Pošli mi ondatry.

vyděl

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Pošli mi ondatry.

vyděl

Chlapci šly.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi štěkaly.

Psi štěkaly.

Vaši odporní šerední chlupatí páchnoucí **psi** včera v noci strašlivě hlasitě **štěkaly** na měsíček.

Psi štěkaly.

Vaši odporní šerední chlupatí páchnoucí **psi** včera v noci strašlivě hlasitě **štěkaly** na měsíček.

Úplně stejně jako vaši odporní šerední chlupatí páchnoucí **psi** **štěkaly** včera v noci naše krásné plavé čistotné hyeny na měsíček.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu, která na sloupu, jenž na mostě, který na cestě, jež Horní a Dolní náměstí spojuje, leží, stojí, stojí, poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu, která na sloupu, jenž na mostě, který na cestě, jež Horní a Dolní náměstí spojuje, leží, stojí, stojí, poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Nudný profesor vede nudnou přednášku.

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Nudný profesor vede nudnou přednášku.

(Veškerá podobnost s čímkoli, co jste dnes viděli, je čistě náhodná.)

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Nudný profesor vede nudnou přednášku.

(Veškerá podobnost s čímkoli, co jste dnes viděli, je čistě náhodná.)

Studentům se chce neustále spát.

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Nudný profesor vede nudnou přednášku.

(Veškerá podobnost s čímkoli, co jste dnes viděli, je čistě náhodná.)

Studentům se chce neustále spát.

Téměř neustále alespoň některý student spí.

Závěrem: problém do šatny - nudná přednáška

Nudný profesor vede nudnou přednášku.

(Veškerá podobnost s čímkoli, co jste dnes viděli, je čistě náhodná.)

Studentům se chce neustále spát.

Téměř neustále alespoň některý student spí.

PRAVIDLO: Jestliže usne **více než polovina přítomných studentů**, nudný profesor se naštve a příště dá písemku.

nudná přednáška - zadání úlohy

V inkriminovaný den přišlo na přednášku **pět** studentů.

V inkriminovaný den přišlo na přednášku **pět** studentů.

Přednáška byla tak nudná, že **každý student usnul právě dvakrát (ve dvou různých intervalech)**.

V inkriminovaný den přišlo na přednášku **pět** studentů.

Přednáška byla tak nudná, že **každý student usnul právě dvakrát (ve dvou různých intervalech)**.

Navíc: **každý spal s každým**.

V inkriminovaný den přišlo na přednášku **pět** studentů.

Přednáška byla tak nudná, že **každý student usnul právě dvakrát (ve dvou různých intervalech)**.

Navíc: **každý spal s každým**.

OTÁZKA: Bude příště písemka?

Historka Milana B.

Mějte se krásně, propagujte matematiku a neberte se moc vážně!