

Pohyb fotonových raket

Jiří Podolský

ÚTF MFF UK

Velké Meziříčí

srpen 2014

obsah

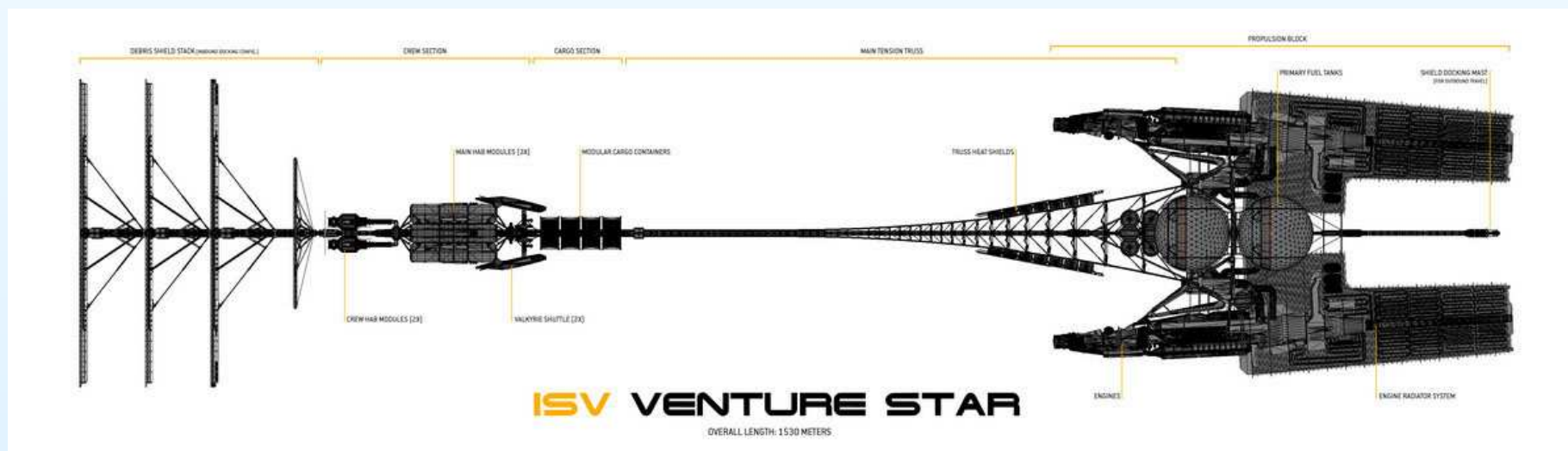
- **prolog:** science fiction motivace
- **hlavní téma:** popis zrychleného pohybu v
 - ★ newtonovské mechanice
 - ★ speciální teorii relativity
 - ★ obecné teorii relativity
- **epilog:** jsou fotonové rakety fyzikálně realizovatelné?

prolog: science fiction motivace

snění o cestách ke hvězdám



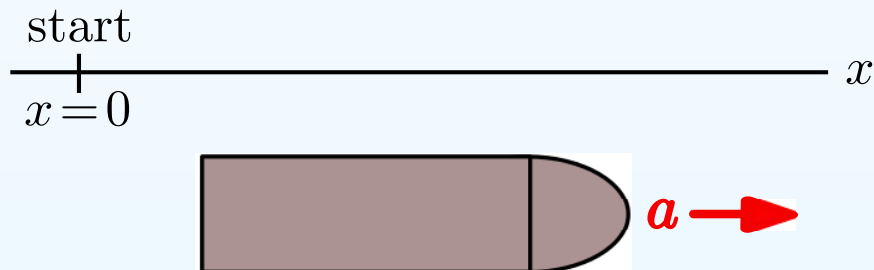
klasické příběhy bezpočtu SF autorů: romány, povídky, filmy & TV seriály



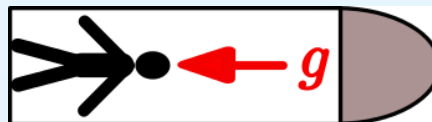
hlavní téma: pohyb s konstatním zrychlením g

nejjednodušší model pohybu rakety:

kosmická loď hmotnosti m_0 je urychlována se zrychlením $a = g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$
stále ve stejném směru podél osy x $[x(0) = 0, v(0) = 0]$



dle Einsteinova principu ekvivalence cítí astronauti v lodi konstantní gravitační pole g



Newton: **klasická mechanika**

pohybová rovnice:

$$\boxed{\frac{dp}{dt} = F \quad \text{kde} \quad p = m_0 v} \quad \text{přičemž} \quad \boxed{v = \frac{dx}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt}}$$

$$\text{opravdu platí} \quad F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(m_0 v)}{dt} = m_0 \frac{dv}{dt} = m_0 a = m_0 g = G$$

integrace pohybu:

- **zrychlení** $\boxed{a = g}$
- **rychlost** $\boxed{v(t) = \int a \, dt = g t}$
- **vzdálenost** $\boxed{x(t) = \int v \, dt = \frac{1}{2} g t^2}$

závěr:

rychlost i vzdálenost rostou nade všechny meze

v může překonat rychlost světla c , a to v čase $t = \frac{c}{g} \doteq 3 \times 10^7 \text{ s} \doteq 1 \text{ rok}$

Einstein: speciální teorie relativity

pohybová rovnice $\frac{dp}{dt} = F = m_0 g$ vypadá stejně, **ALE:**

- setrvačná hmotnost není konstanta m_0 , ale platí

$$p = mv \quad \text{kde} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

pro $v \rightarrow c$ je $m \rightarrow \infty$
a tudíž nelze překonat c

- čas není absolutní, ale plyne různě pro

- ★ běžný čas t na Zemi
- ★ vlastní čas τ astronautů

inerciální systém vně rakety
neinerciální systém uvnitř rakety

vzájemný vztah: $d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$

pro $v = 0$ je $d\tau = dt$
pro $v \rightarrow c$ je $d\tau \rightarrow 0$

pohybová rovnice: $\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = m_0 g \quad \Rightarrow \quad \text{integrací} \quad \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = g t$

zrychlený pohyb ve speciální teorii relativity

- rychlost

$$v(t) = \frac{g t}{\sqrt{1 + \left(\frac{g}{c} t\right)^2}}$$

pro $t \doteq 0$ je $v \doteq g t$ OK!
pro $t \rightarrow \infty$ je $v \rightarrow c$ OK!

- vzdálenost

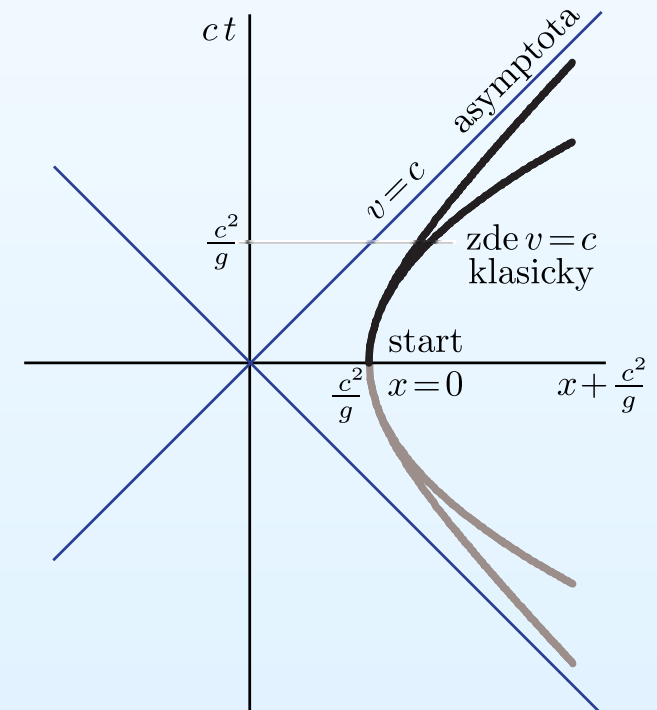
$$x(t) = \frac{c^2}{g} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{g}{c} t\right)^2} - 1 \right)$$

pro $t \doteq 0$ je $x \doteq \frac{1}{2} g t^2$ OK!
pro $t \rightarrow \infty$ je $x \rightarrow c t$ OK!

dolet rakety měřený pozemským časem
jednoduchou úpravou lze přepsat do tvaru:

$$\left(\frac{x + \frac{c^2}{g}}{\frac{c^2}{g}} \right)^2 - \left(\frac{c t}{\frac{c^2}{g}} \right)^2 = 1$$

znázornění v prostoročasovém diagramu (x, ct) :
světočára rakety je rovnoosá hyperbola



pozemský čas t versus vlastní čas astronautů τ

Lorentzův faktor

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \sqrt{1 + \left(\frac{g}{c} t\right)^2}$$

efekty STR se projeví jakmile $\frac{g}{c} t \approx 1$, tedy **zhruba po 1 roce**

integrací $\tau = \int \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$ dostáváme

hyperbolické funkce:

$$\sinh z \equiv \frac{1}{2}(e^z - e^{-z})$$

$$\cosh z \equiv \frac{1}{2}(e^z + e^{-z})$$

$$\tanh z \equiv \frac{\sinh z}{\cosh z}$$

• pozemský čas

$$\frac{g}{c} t = \sinh\left(\frac{g}{c} \tau\right)$$

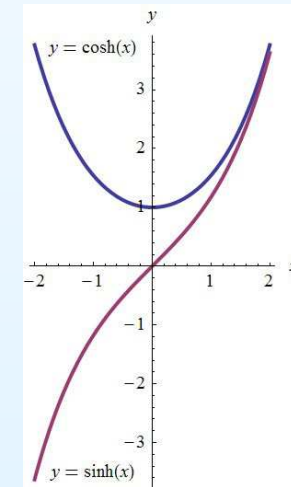
$$t_{\text{roku}} \doteq \sinh \tau_{\text{roku}}$$

• vzdálenost

$$x(\tau) = \frac{c^2}{g} \left[\cosh\left(\frac{g}{c} \tau\right) - 1 \right] = \frac{c^2}{g} [\gamma - 1]$$

• rychlost

$$v(\tau) = c \tanh\left(\frac{g}{c} \tau\right)$$



$$\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$$

$$\sinh z \rightarrow \frac{1}{2}e^z \leftarrow \cosh z$$

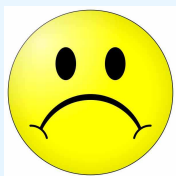
pár číselných výsledků pro ilustraci

vztah mezi vlastním časem τ astronautů a t, x, γ je prakticky exponenciální:

| čas v raketě τ | čas na Zemi t | dolet x | Lorentzův faktor γ |
|---------------------|-----------------|--------------------------|---------------------------|
| 5 roků | 85 roků | 84 světelných let | 87 |
| 10 roků | 14 780 roků | 14 779 světelných let | 15 262 |
| 15 roků | 2 582 156 roků | 2 582 155 světelných let | 2 666 401 |



- blízké hvězdy: 10 světelných let
- Galaxie: \varnothing 100 tisíc světelných let
- galaxie v Andromedě M31: 2,4 milionu světelných let



je zapotřebí nepředstavitelné množství energie: také roste exponenciálně

$$E(\tau) = F x(\tau) = m_0 c^2 \left[\cosh \left(\frac{g}{c} \tau \right) - 1 \right] = m_0 c^2 (\gamma - 1)$$

za 1 rok vyrobí všechny elektrárny světa 25 PWh energie = 10^{20} J (=20%)

klidová energie kosmické lodi hmotnosti 1000 tun je $m_0 c^2 = 10^{23}$ J

přesné řešení fotonové rakety v **obecné teorii relativity**

model libovolně zrychlující rakety uvažující:

- ★ úbytek hmoty vyzařováním fotonů
- ★ gravitační pole rakety i fotonů
- ★ libovolnou dimenzi prostoročasu D
- ★ libovolnou kosmologickou konstantu Λ

$$ds^2 = \frac{r^2}{P^2} \delta_{ij} dx^i dx^j - 2 du dr - \left[1 - 2 r (\ln P)_{,u} - \frac{2 \Lambda}{(D-2)(D-1)} r^2 - \frac{2 m(u)}{r^{D-3}} \right] du^2$$

kde

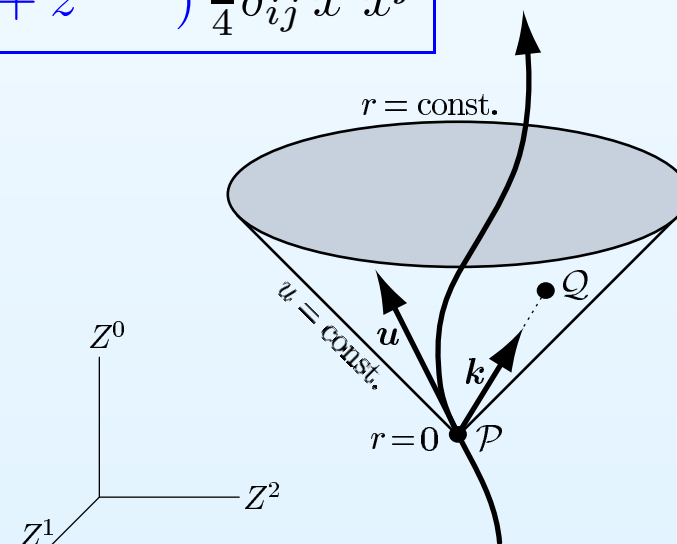
$$P(u, x^i) = (\dot{z}^0 - \dot{z}^{D-1}) - (\delta_{ij} \dot{z}^j) x^i + (\dot{z}^0 + \dot{z}^{D-1}) \frac{1}{4} \delta_{ij} x^i x^j$$

fyzikální interpretace:

- let podél libovolné trajektorie $z^\alpha(u)$
- $[\dot{z}^0(u), \dot{z}^1(u), \dots, \dot{z}^{D-1}(u)]$ jsou složky rychlosti u
- $m(u)$ je hmotnost rakety jako funkce času

- pole fotonů je $T_{\alpha\beta} = n^2(x^i, u) r^{2-D} k_\alpha k_\beta$ kde

$$\frac{8\pi}{D-2} n^2 = -m_{,u} + (D-1) m (\ln P)_{,u} \quad \mathbf{k} = \partial_r$$



$r = 0$ je poloha rakety v čase u

speciálně **objekt je v klidu**: $\dot{z}^0 = 1, \dot{z}^j = \dot{z}^{D-1} = 0 \Rightarrow P = 1 + \frac{1}{4} \delta_{ij} x^i x^j$
sféricky symetrické vakuové řešení $m = \text{konst}$: **Schwarzschild**

literatura:

- W. Kinnersley,
Field of an arbitrarily accelerating point mass
Phys. Rev. **186** (1969) 1335–1336
- W. B. Bonnor,
The photon rocket
Class. Quantum Grav. **11** (1994) 2007–2012
- radiation properties:
Damour (1995), von der Gönna and Kramer (1998), Cornish (2000)
...
- J. Podolský,
Photon rockets moving arbitrarily in any dimension
Int. J. Mod. Phys. D **20** (2011) 335–360
gr-qc1006.1583 na adrese <http://arxiv.org/abs/1006.1583>

fotonová raketa zrychlující v jednom směru ($D = 4$)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2m(u)}{r} - \frac{\Lambda}{3} r^2 - 2\alpha(u) r \cos \vartheta - \alpha^2(u) r^2 \sin^2 \vartheta \right) du^2 \\ - 2 du dr + 2\alpha(u) r^2 \sin \vartheta du d\vartheta + r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\phi^2)$$

popisuje **přímý let se zrychlením $\alpha(u)$**

- příslušný vyzařovací diagram fotonů je

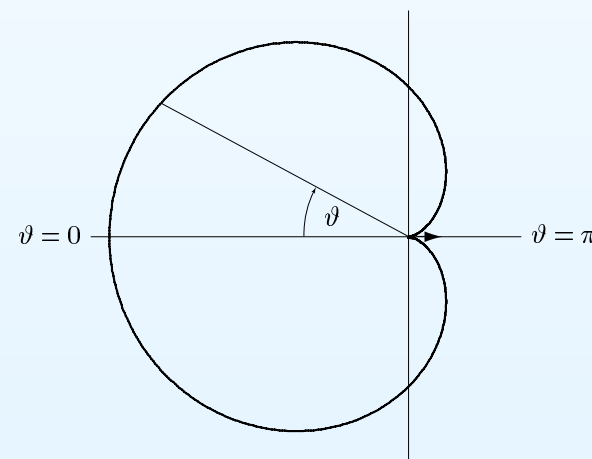
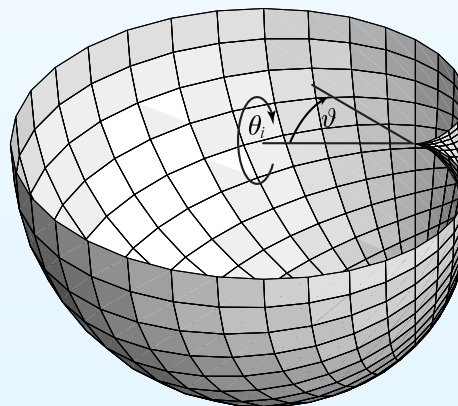
$$n^2(u, \vartheta) = \frac{1}{2\pi} \left(-m_{,u} \right) \cos^2 \frac{\vartheta}{2}$$

- hmotnost rakety klesá exponenciálně

$$m(u) = m_0 \exp \left[-3 \int \alpha(u) du \right]$$

- závislost na konečné rychlosti v je

$$\frac{m(v)}{m_0} = \left(\frac{1-v}{1+v} \right)^{3/2} \quad \alpha = \text{konst.}$$



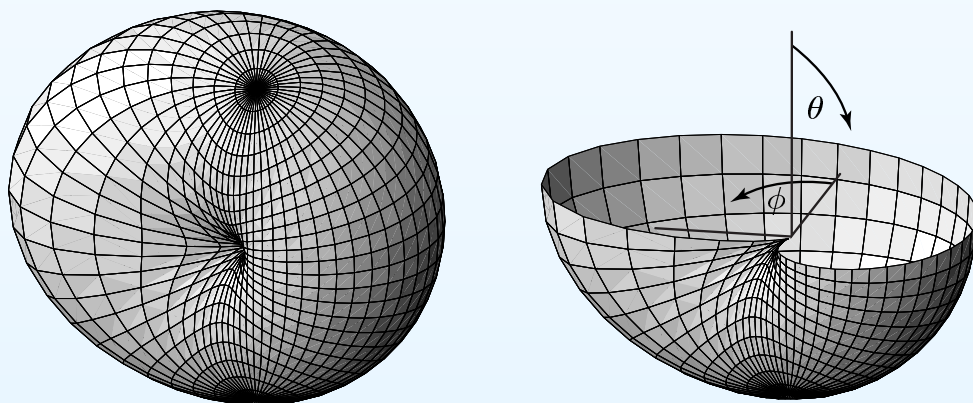
fotonová raketa otáčející se po kruhové trajektorii

$$ds^2 = \frac{r^2}{p^2} \left(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2 \right) - 2 du dr - \left(1 - 2 r (\log p)_{,u} - \frac{2 m(u)}{r} - \frac{\Lambda}{3} r^2 \right) du^2$$

kde $p(u, \theta, \phi) = \sqrt{1 + a^2 \omega^2} - a \omega \sin \theta \sin(\phi - \omega u)$

a je poloměr kruhové dráhy, ω je úhlová rychlost

- vyzařovací diagram fotonů je



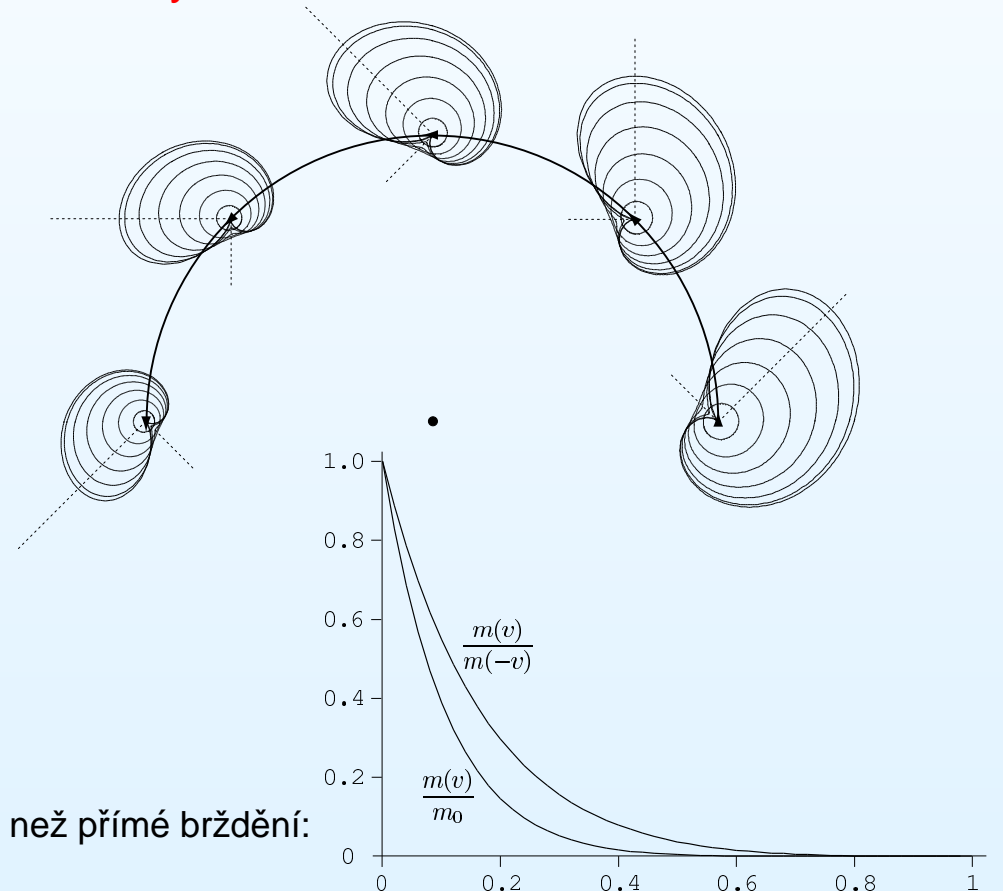
- hmotnost rakety klesá exponenciálně

$$m(u) = m_0 \exp(-3 a \omega^2 u)$$

- hmotnost po otočce o 180° je

$$\frac{m(v)}{m_0} = \exp\left(-\frac{3\pi v}{\sqrt{1-v^2}}\right)$$

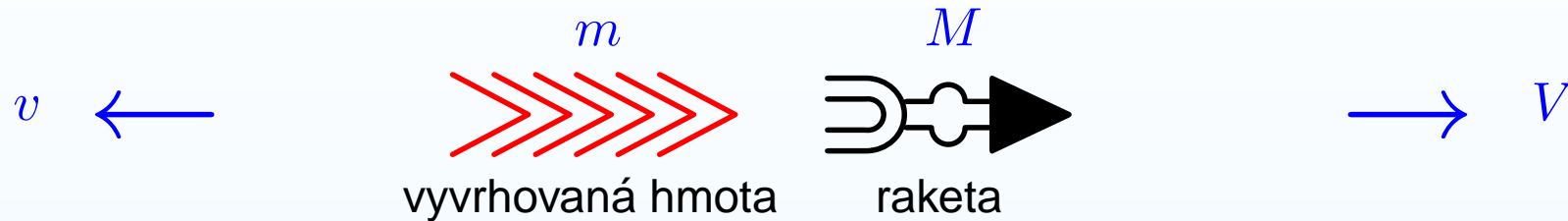
méně výhodné než přímé brždění:



epilog: jsou fotonové rakety fyzikálně realizovatelné?



základní fyzikální úvahy



$$mv = MV \quad \text{obrovské} \quad (\text{přejeme si } V \rightarrow c)$$

- potřebuje ohromnou reakční hybnost $p = mv$ (impuls \Rightarrow tah):
 - ★ velké m , normální v : standardní rakety na kapalná či tuhá paliva
 - ★ velké v , normální m : iontové rakety, jaderné a fotonové rakety

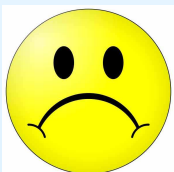


fotonové rakety mají $v = c$ (!) a $m_0 = 0$ (!) ale

- je k tomu nutný výkon $P = \dot{E}$ (spotřeba energie):

podíl výkonu ku tahu je dán jednoduchým vzorcem:

$$\frac{P}{F} = \frac{\text{výkon [W]}}{\text{tah [N]}} = \frac{\dot{E}}{\dot{p}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{m}v^2}{\dot{m}v} = \frac{v}{2}, \quad \text{pro fotony: } \frac{P}{F} = \frac{(\dot{p}c)}{\dot{p}} = c$$



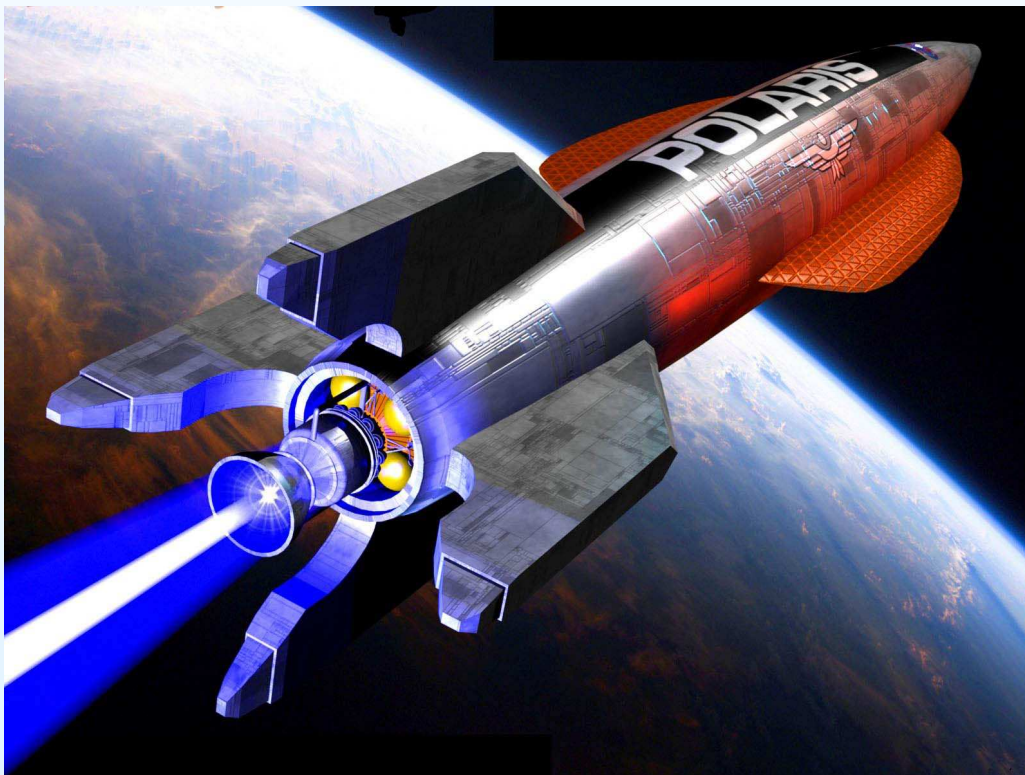
fotonové rakety vyžadují gigantický výkon $P = cF$ (!) což je 300 MW/N (!)
(pro standardní rakety je to jen pár kW/N)

tabulka hlavních raketových technologií

hlavní druhy raketového pohonu a typické hodnoty jejich parametrů

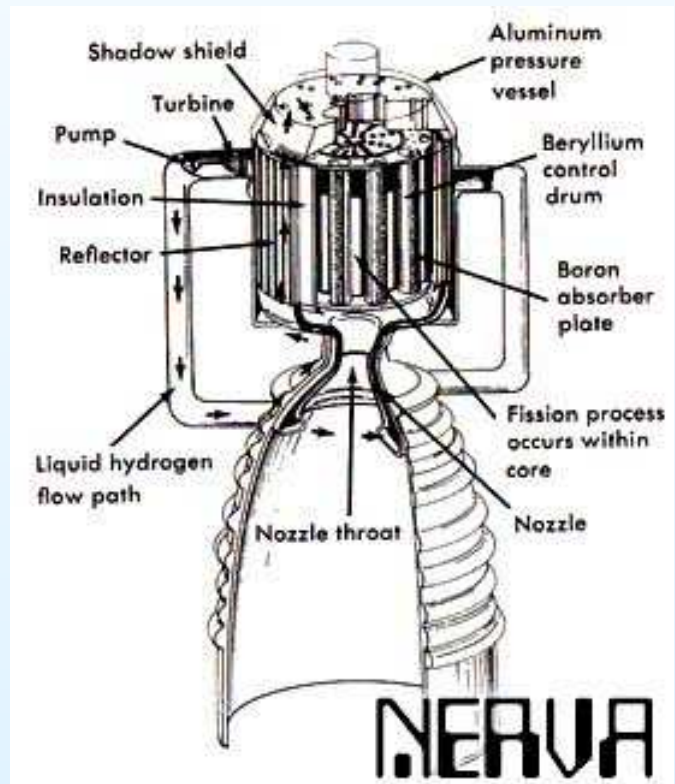
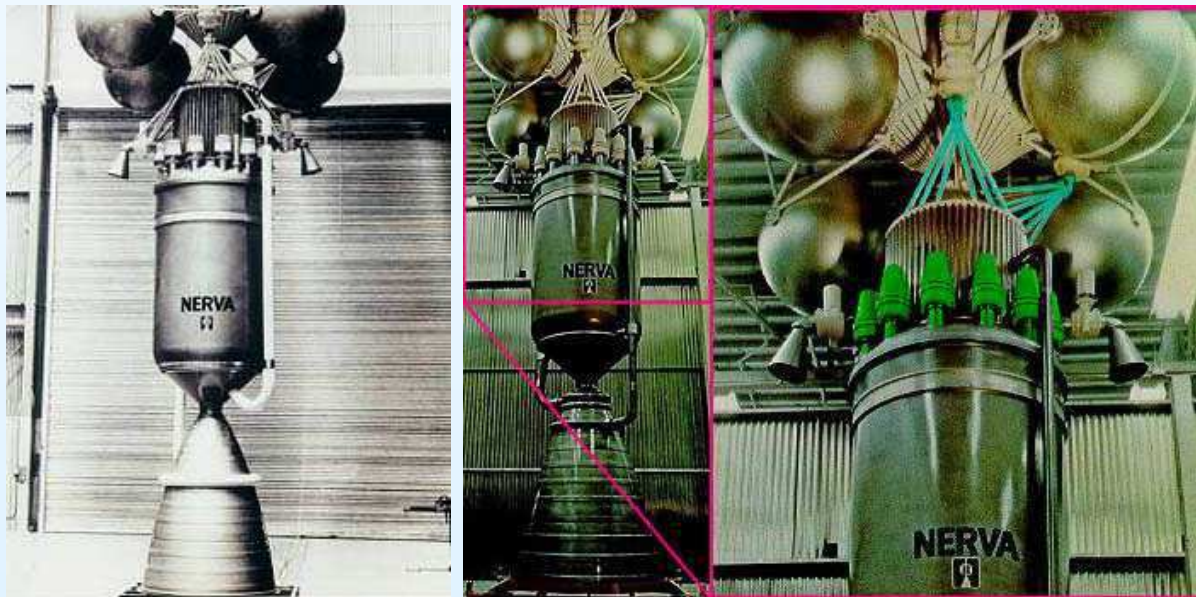
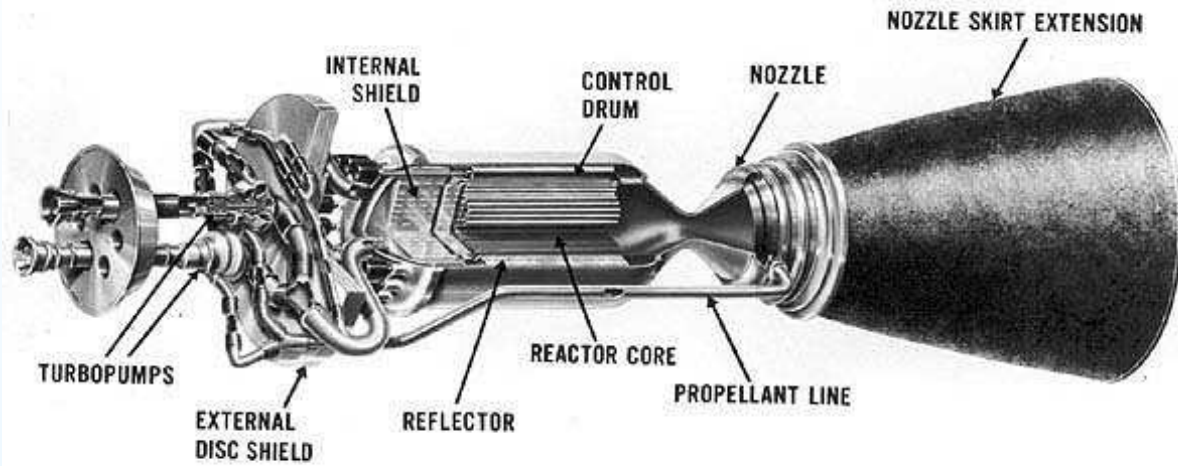
| metoda pohonu | výtoková rychlost [km/s] | tah [N] | trvání |
|--|--------------------------|--------------------------------|------------|
| raketa na tuhé palivo | 1 – 4 | $10^3 - 10^7$ | minuty |
| raketa na kapalné palivo | 1 – 5 | $0,1 - 10^7$ | minuty |
| electrostatický iontový pohon | 15 – 200 | $10^{-3} - 10$ | roky |
| sluneční plachetnice | 300 000 | $9/\text{km}^2 @ 1 \text{ AU}$ | ∞ |
| jaderná tepelná raketa | 9 | 10^7 | minuty |
| jaderný pulzní pohon projekt Orion | 20 – 100 | $10^9 - 10^{12}$ | dny |
| jaderný pulzní pohon projekt Daedalus | 20 – 1000 | $10^9 - 10^{12}$ | roky |
| ● jaderná fotonová raketa | 300 000 | $10^{-5} - 1$ | desetiletí |
| fúzní raketa | 100 – 1000 | ? | ? |
| antihmotová raketa | 10 000 – 100 000 | ? | ? |

jaderné tepelné rakety: první vize



NERVA (1959)

Nuclear Engine for Rocket Vehicle Applications



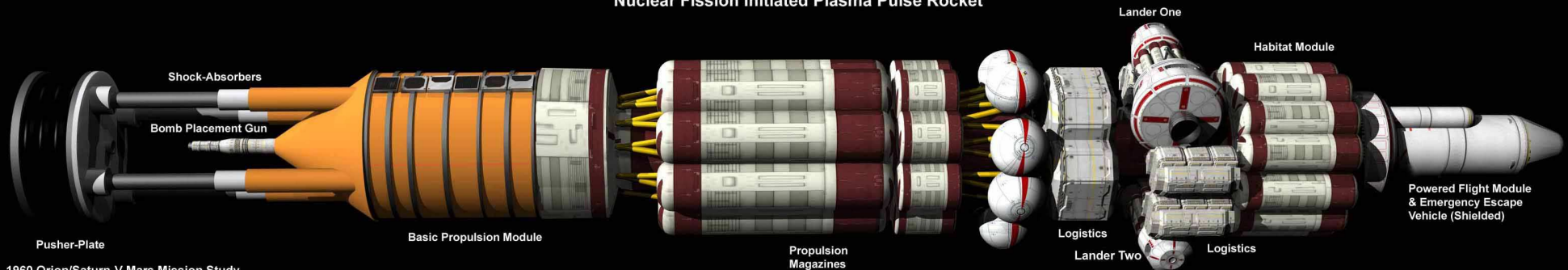
jaderný pulzní pohon

navrhl Stanislaw Ulam v roce 1947: **k tahu využívá jaderných mikrovýbuchů**

- **projekt Orion** (konec 1950s–1965, General Atomics, NASA, DARPA)
malé směrové jaderné nálože tlačí na velkou ocelovou desku
připojenou teleskopickými tlumiči k zádi kosmické lodi
(tah by mohl být až $1000\times$ větší než u klasických chemických raket)
- **projekt Daedalus** (1973–1978, British Interplanetary Society)
interciální jaderná fúze: pelety He-3 periodicky zežehávány svazkem elektronů,
velký elektromagnet poté žene horké plazma dozadu, čímž vzniká tah
- **projekt Medusa** (1990s, British Interplanetary Society)
velký “padák” je coby plachta rozvinut před kosmickou lodí,
pravidelné výbuchy jaderných bomb reakcí padák a tím i loď urychlují
(efektivnější než Orion: využívá víc energie z výbuchu, tlumič výbuchu je delší, je v tahu a tudíž lehčí)
- **jaderný pulzní pohon katalyzovaný antihmotou** (polovina 1990s, Pen State)
antiprotony by uvnitř jader uranu spouštěly řetězovou reakci
(obvyklá kritická hmota Pt je 12 kg, pomocí katalýzy antihmotou by byla pouhý gram)

Orion

General Atomics Orion/Saturn-V Nuclear Fission Initiated Plasma Pulse Rocket



1960 Orion/Saturn-V Mars Mission Study

- Summary: General Atomics study NASA Orion/Saturn-V Interplanetary Spacecraft
- Propulsion: 15kt Nuclear fission initiated Plasma Pulse
- Braking at Mars: propulsive
- Mission Type: opposition
- Split or All-Up: all up
- Launch Year: 1965
- Crew: 20
- Mars Surface payload-metric tons: 150
- Outbound time-days: 42.5
- Mars Stay Time-Days: 40
- Return Time-Days: 42.5
- Total Mission Time-Days: 125
- Total Mass metric tons: 200
- Propulsion System Mass: 100
- Launch Vehicle Payload to LEO metric tons: 100
- Number of Launches Required to Assemble Payload in Low Earth Orbit: 2
- Launch Vehicle: Saturn V-25(S)U

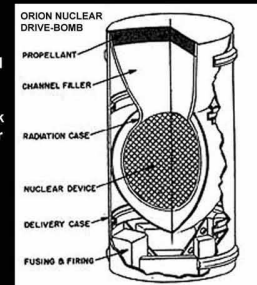
- Crew Size: 20
- Length: 204 ft
- Basic Diameter: 33 ft
- Main Engine: Orion Nuclear Fission Initiated Plasma Pulse Rocket
- Propulsion Units: 11,400 Nuclear Fission Propulsion Charges
- Propulsion Unit Delivery: Electric-Rail Placement Gun.
- Impulse Charge Yield: 15 kt
- Shock Absorber System: Reciprocal, Two-Stage.
- Main Engine ISP: 2500 sec.
- Exhaust Velocity: 120,000 m/s
- Thrust: 4e8N
- Main Engine Acceleration: 4 G's.
- Main Engine Delta v: 72, 850 fps (49,670 mph)

Freeman Dyson describes deployment of the Impulse Charge:

The bomb is ejected via a magnetic rail gun, passing through an aperture in the center of the pusher-plate.

"When the nuclear device is exploded, the channel filler absorbs radiation emitted and rises to a high temperature. The radiation case serves to contain the energy released by the explosion so that more energy is absorbed by the channel filler. The high pressure achieved in the heated channel filler then drives a strong shock into the propellant, which vaporizes the propellant and drives it toward the pusher-plate."

"The expansion of the bomb and the subsequent compression of the tungsten pancake take a few millionths of a second. During this time, the channel filler and the propellant absorb neutrons and X-rays emitted by the bomb. This reduces the shielding required to protect the Orion crew, and transforms much of the bombs output into kinetic energy that can be intercepted by the pusher-plate and used to propel the ship."

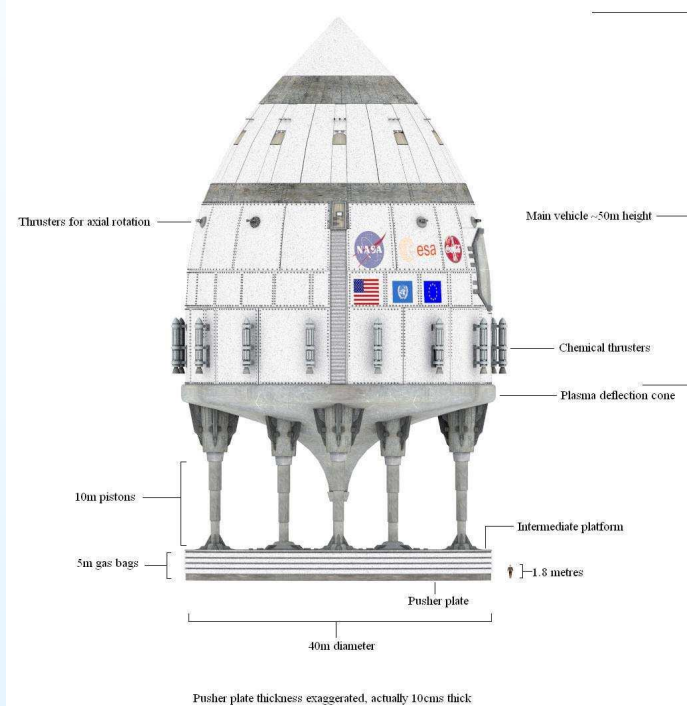


poháněn periodickými výbuchy jaderných náloží o mohutnosti 5–15 kilotun

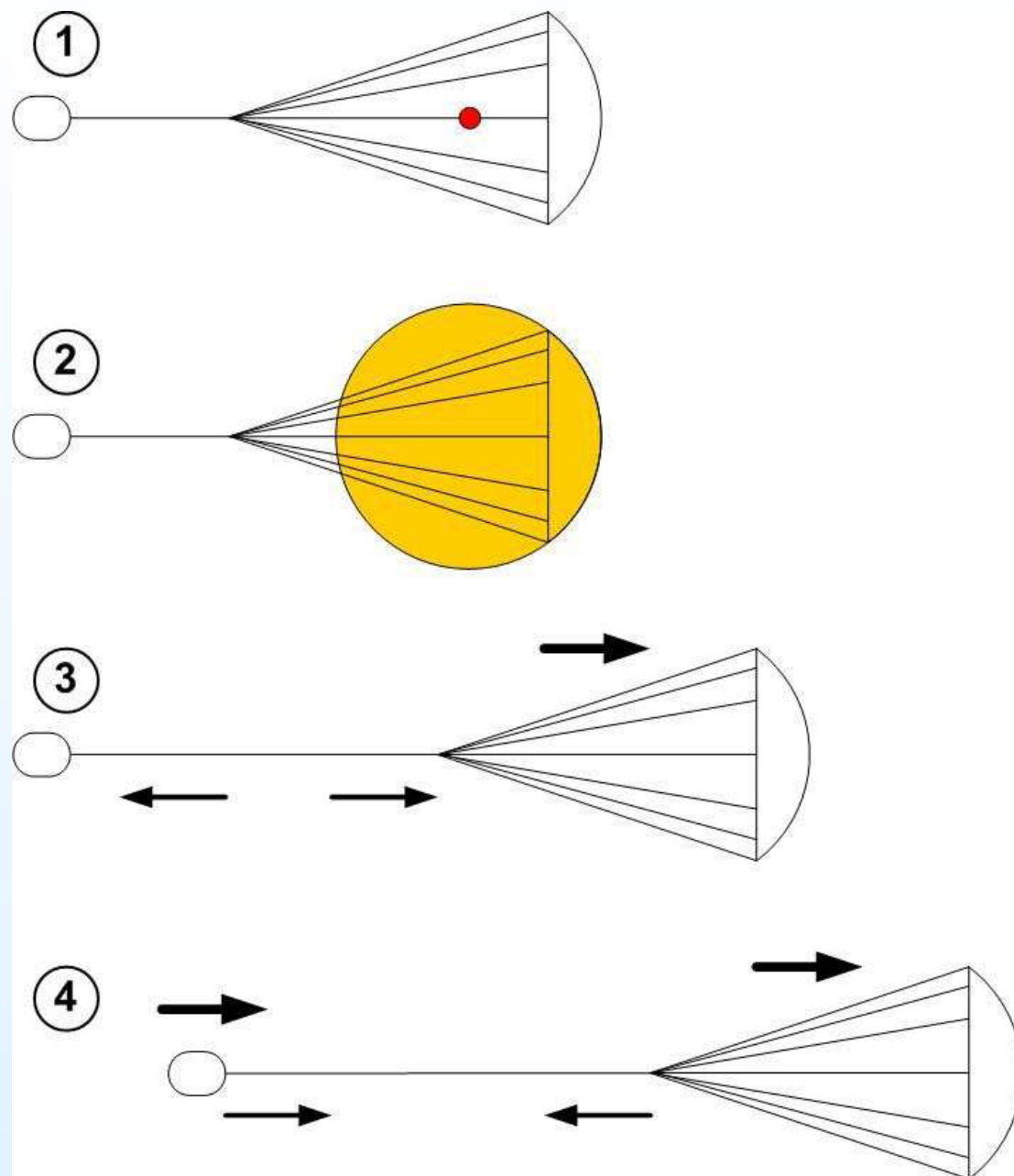
fiktivní Orion



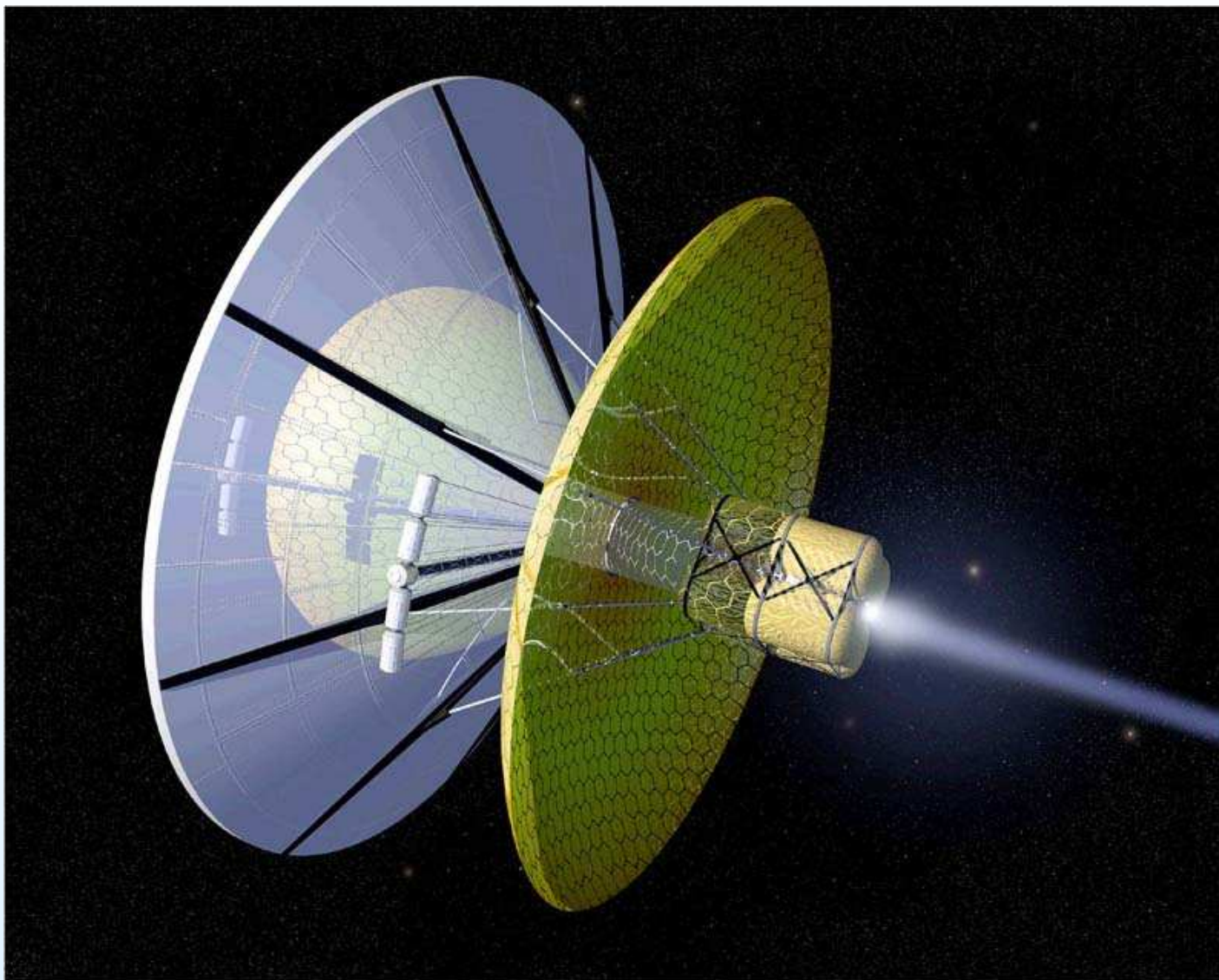
4000 TONNE ORION



Medusa



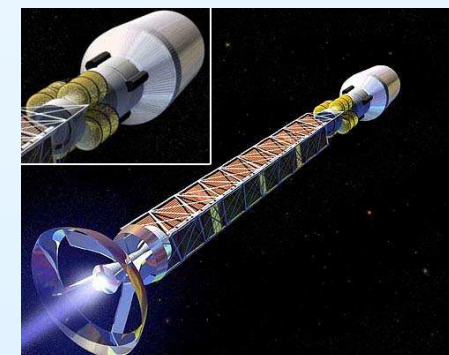
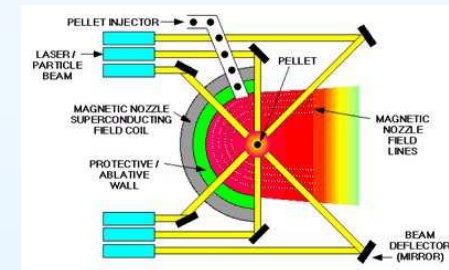
vize fotonové rakety



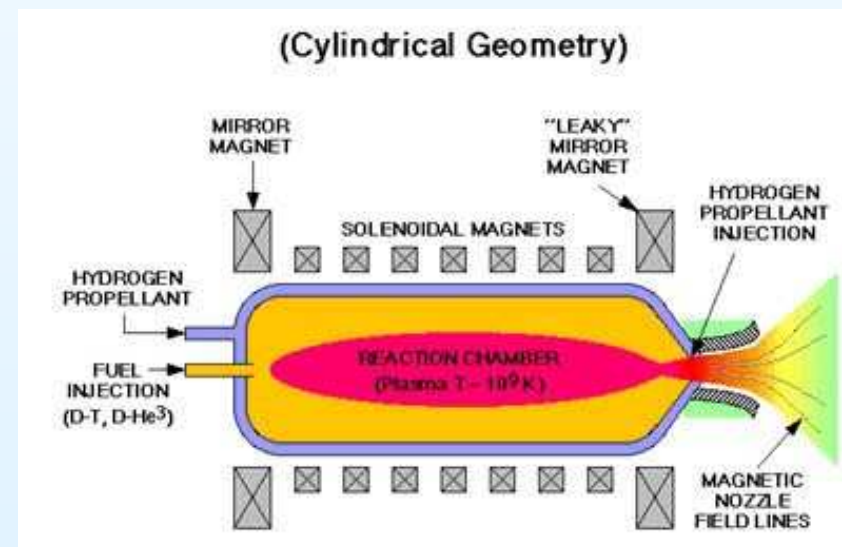
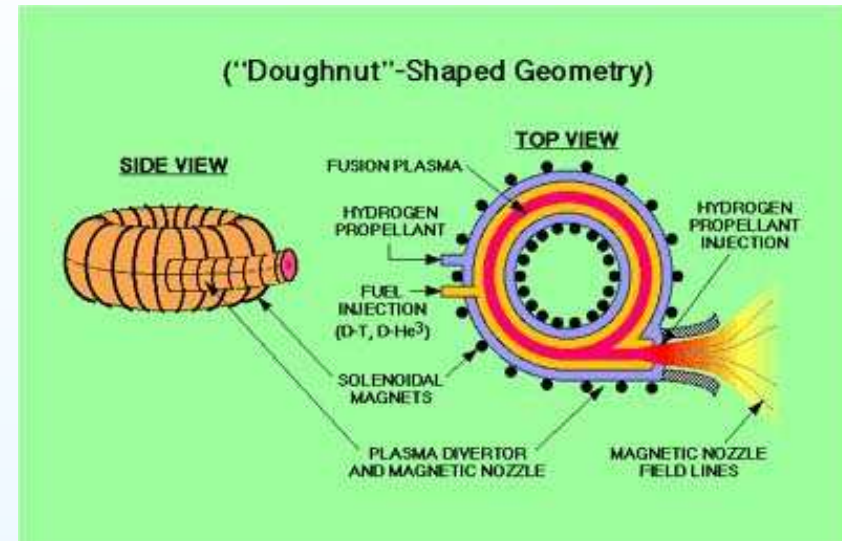
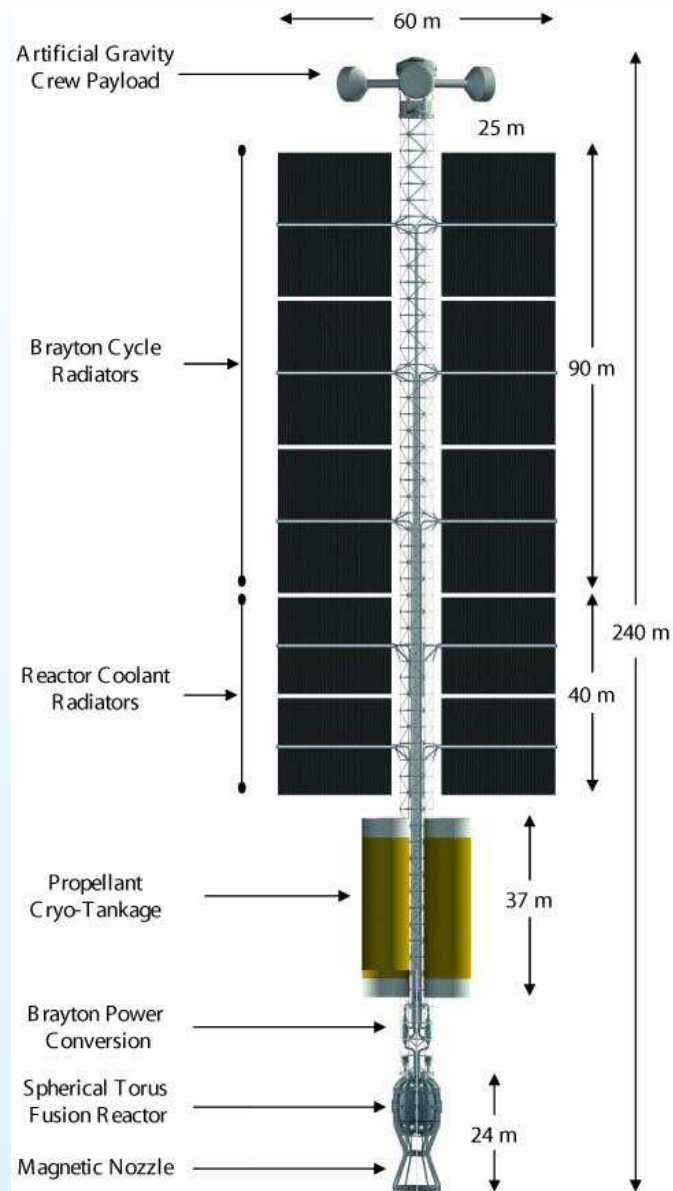
jaderné fotonové rakety

různé koncepty:

- **jaderný fúzní reaktor ohřívá radiátor** (z grafitu či wolframu) → **záření černého tělesa**
funkční ale nepraktické: vyžaduje ohromný výkon, tah je malý, zrychlení nepatrné
(příklad: 300 t raketa v níž je 240 t štěpného paliva → $a = 10^{-5}g$, výsledná rychlost 240 km/s po 80 letech)
- **laserový paprsek**
skvělá kolimace a regulovatelnost
ale lasery jsou méně účinné než záření černého tělesa při přeměně energie na světlo
- **jaderný fúzní reaktor coby zdroj energie**
zatím není dostupný ani na Zemi
- **fotonová raketa poháněná anihilací antihmoty s hmotou**
Eugen Sänger (1950):
anihilace pozitronů s elektrony produkuje gama fotony
technický problém je odrážet, kolimovat a stínit
je však potenciálně funkční!

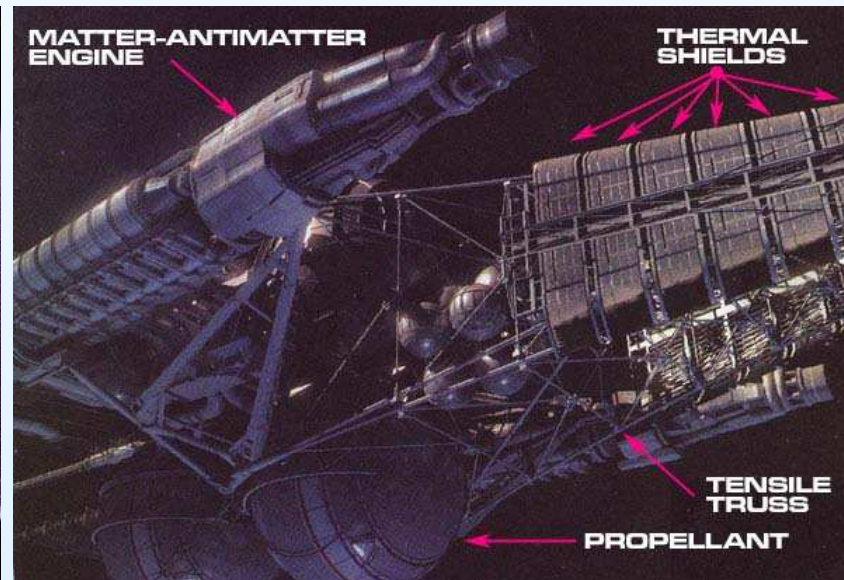
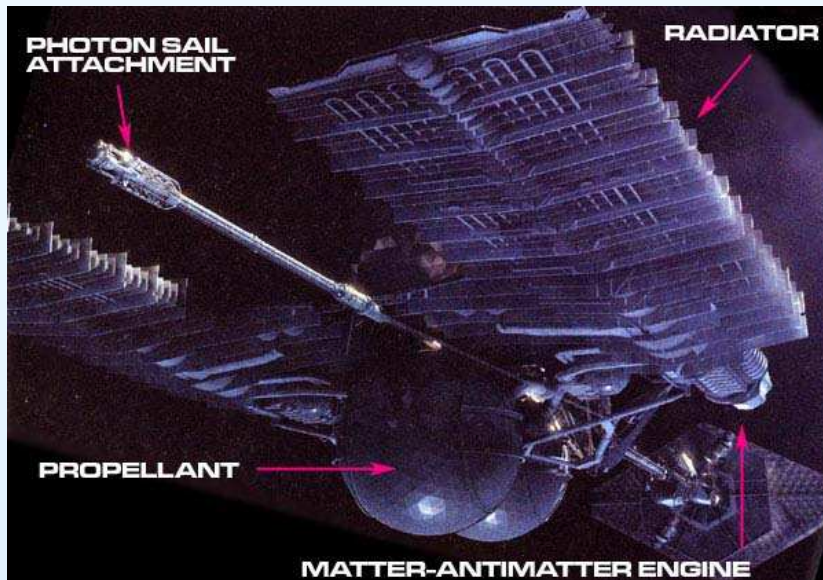
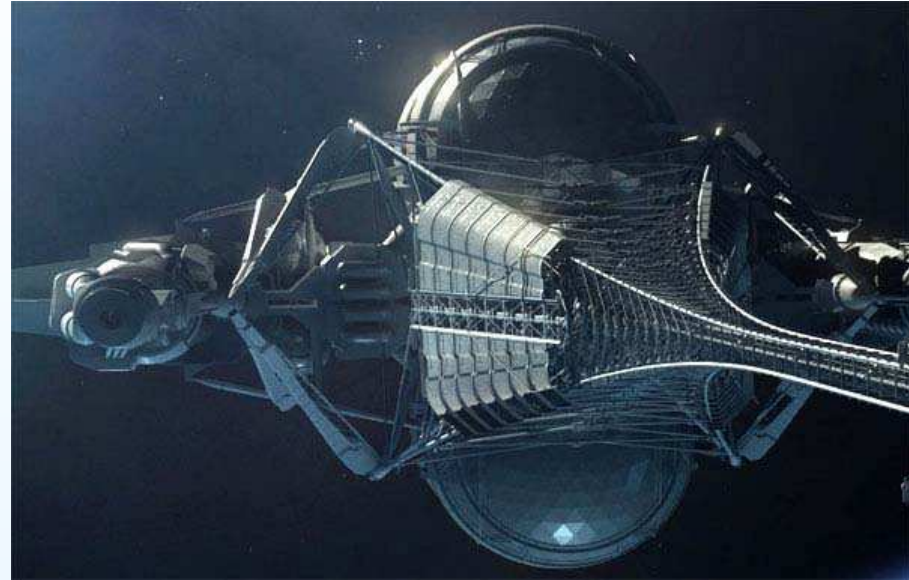


fúzní rakety



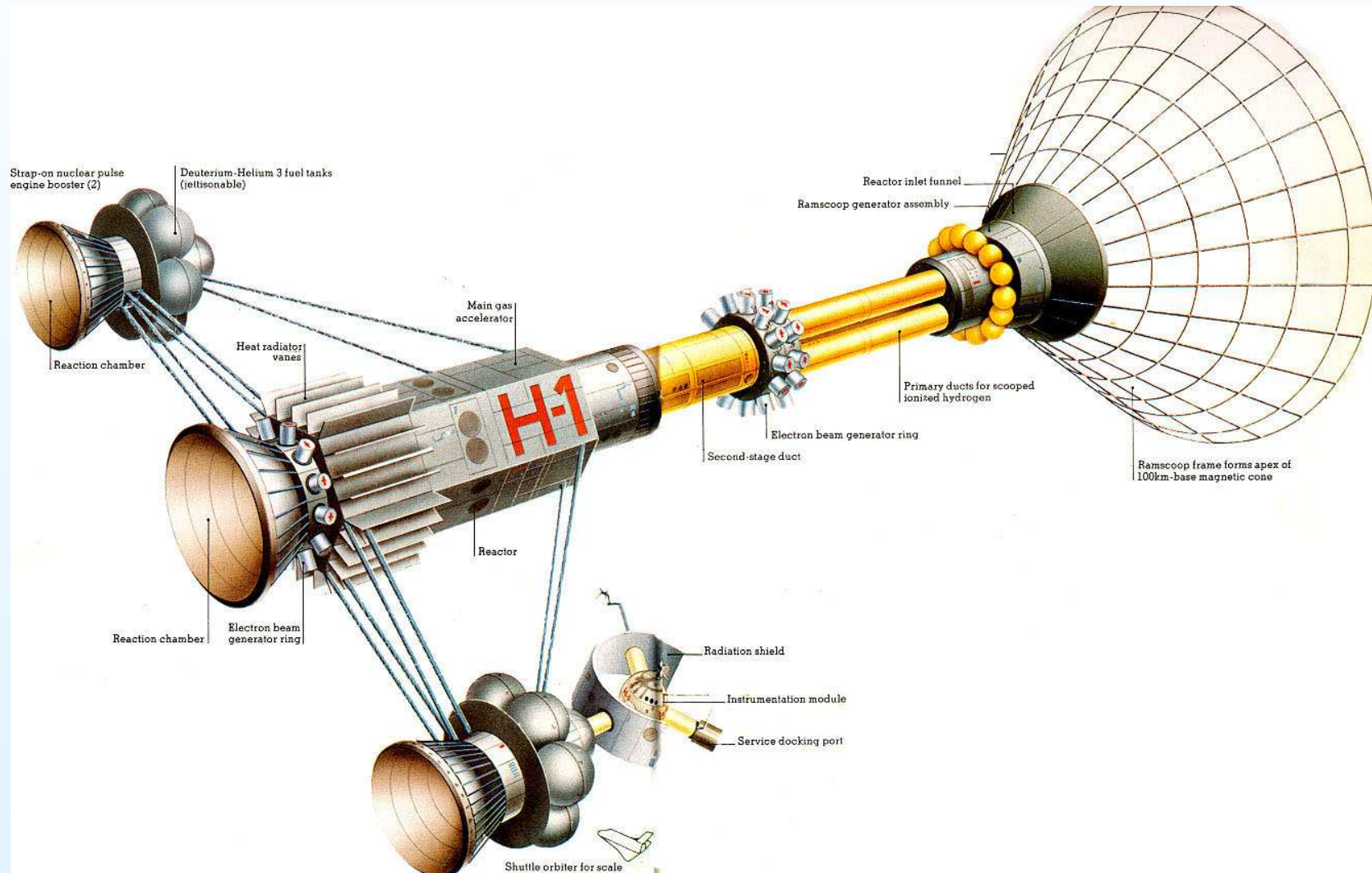
vize hvězdoletu poháněného antihmotou

ISV Venture Star z filmu Avatar



nepřekonatelný hvězdolet: Bussardův ramjet (1960)

- proton-protonová fúze $4p \rightarrow \text{He}$ jako ve Slunci (645 TJ/kg)
- protony za letu sbírány z prostoru 1000 km elektromagnetickým sběračem



závěr:

- konzistentní popis pohybu fotonových raket: **možný**
existují dokonce přesná modelová řešení Einsteinových rovnic
- jejich fyzikální a technická realizace: **nejasná**
výkon a celková energie fotonových motorů GIGANTICKÉ

závěrečný test

