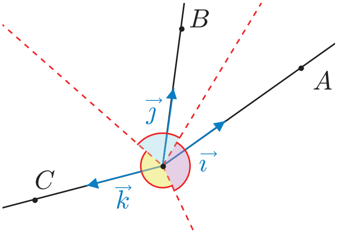
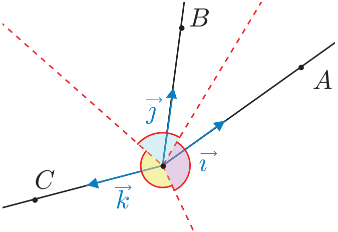
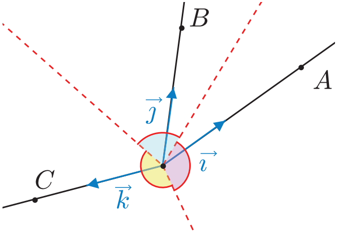
Příklad 8

V prostoru jsou dány tři různé polopřímky OA, OB, OC se stejným počátkem O, přičemž žádné dvě z nich nejsou navzájem opačné. Ukažte, že všechny tři úhly tvořené osami úhlů AOB, BOC a COA jsou buď ostré, nebo tupé, nebo pravé.





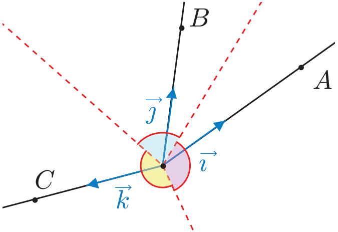
Úhel mezi dvěma nenulovými vektory je ostrý (pravý, tupý), je-li jejich skalární součin kladný (nulový, záporný).



Úhel mezi dvěma nenulovými vektory je ostrý (pravý, tupý), je-li jejich skalární součin kladný (nulový, záporný).

$\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$ – jednotkové směrové vektory polopřímek OA, OB, OC

$\Rightarrow \vec{\imath}+\vec{\jmath}$, $\vec{\jmath}+\vec{k}$, $\vec{\imath}+\vec{k}$ – směrové vektory os úhlů AOB, BOC, COA



Úhel mezi dvěma nenulovými vektory je ostrý (pravý, tupý), je-li jejich skalární součin kladný (nulový, záporný).

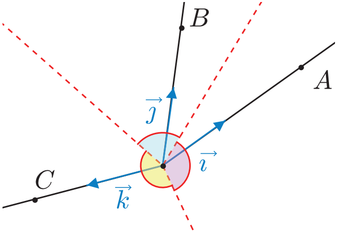
$\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$ – jednotkové směrové vektory polopřímek OA, OB, OC

$\Rightarrow \vec{\imath}+\vec{\jmath}$, $\vec{\jmath}+\vec{k}$, $\vec{\imath}+\vec{k}$ – směrové vektory os úhlů AOB, BOC, COA

$$(\vec{\imath}+\vec{\jmath})\cdot(\vec{\jmath}+\vec{k}) = |\vec{\jmath}|^2 + \vec{\imath}\cdot\vec{\jmath} + \vec{\imath}\cdot\vec{k} + \vec{\jmath}\cdot\vec{k},$$

$$(\vec{\jmath}+\vec{k})\cdot(\vec{\imath}+\vec{k}) = |\vec{k}|^2 + \vec{\imath}\cdot\vec{\jmath} + \vec{\imath}\cdot\vec{k} + \vec{\jmath}\cdot\vec{k},$$

$$(\vec{\imath}+\vec{k})\cdot(\vec{\imath}+\vec{\jmath}) = |\vec{\imath}|^2 + \vec{\imath}\cdot\vec{\jmath} + \vec{\imath}\cdot\vec{k} + \vec{\jmath}\cdot\vec{k}.$$



Úhel mezi dvěma nenulovými vektory je ostrý (pravý, tupý), je-li jejich skalární součin kladný (nulový, záporný).

$\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$ – jednotkové směrové vektory polopřímek OA, OB, OC

$\Rightarrow \vec{\imath}+\vec{\jmath}$, $\vec{\jmath}+\vec{k}$, $\vec{\imath}+\vec{k}$ – směrové vektory os úhlů AOB, BOC, COA

$$(\vec{\imath}+\vec{\jmath})\cdot(\vec{\jmath}+\vec{k}) = |\vec{\jmath}|^2 + \vec{\imath}\cdot\vec{\jmath} + \vec{\imath}\cdot\vec{k} + \vec{\jmath}\cdot\vec{k},$$

$$(\vec{\jmath}+\vec{k})\cdot(\vec{\imath}+\vec{k}) = |\vec{k}|^2 + \vec{\imath}\cdot\vec{\jmath} + \vec{\imath}\cdot\vec{k} + \vec{\jmath}\cdot\vec{k},$$

$$(\vec{\imath}+\vec{k})\cdot(\vec{\imath}+\vec{\jmath}) = |\vec{\imath}|^2 + \vec{\imath}\cdot\vec{\jmath} + \vec{\imath}\cdot\vec{k} + \vec{\jmath}\cdot\vec{k}.$$

$|\vec{\imath}|^2 = |\vec{\jmath}|^2 = |\vec{k}|^2 = 1 \;\Rightarrow$ všechny tři skalární součiny rovnají $\square$