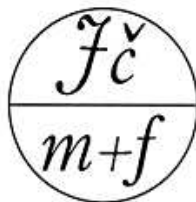


Komise pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF

**SBORNÍK**  
ze XIV. semináře o filosofických otázkách  
matematiky a fyziky

Velké Meziříčí, srpen 2008

Editor: A. Trojánek



VELKÉ MEZIŘÍČÍ  
2010

© 2010, Komise pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF

Autoři článků © 2010, J. Bečvář, M. Černohorský, V. Čížek, J. Hora,  
J. Langer, M. Lenc, J. Novotný, J. Podolský, K. Otruba, I. Štoll,  
M. Tichý, A. Trojánek

Editor © 2010, A. Trojánek

**ISBN 80-903833-5-1**

## Předmluva

Předkládáme čtenářům sborník ze XIV. semináře o filosofických otázkách matematiky a fyziky, který se konal ve dnech 18. – 21. srpna 2008 ve Velkém Meziříčí. Jsou v něm otištěny texty těch přednášek, které nám jejich autoři poskytli. Celkový přehled o všech přednáškách a doprovodných akcích si je možno udělat ze zprávy o semináři, kterou jsme zařadili hned za obsah.

Protože účastníky semináře jsou převážně učitelé středních a vysokých škol, zařadili jsme do sborníku navíc poměrně rozsáhlou část věnovanou aktuálním otázkám školství. Jedná se zejména o příspěvky J. Bečváře, které byly předneseny či publikovány v poslední době.

Tradičně na závěr jsme připojili přehled populárně vědecké matematické a fyzikální literatury, která vyšla česky nebo slovensky v poslední době.

Snahou editora bylo předložit svébytnou publikaci, ve které mohou najít zajímavé a poučné články nejen účastníci semináře, ale i další zájemci, zejména z řad učitelů matematiky a fyziky. Ať vám alespoň některé texty přinesou nové informace, poučení a radost z poznání.

Děkuji autorům příspěvků a všem dalším spolupracovníkům, kteří se podíleli na vzniku sborníku. Zvláštní poděkování patří Mgr. Renatě Chytkové za obětavé zhotovení sazby, doc. RNDr. Jindřichu Bečvářovi, CSc., doc. RNDr. Martině Bečvářové, PhD., a doc. RNDr. Jiřímu Podolskému, CSc., DSc., za cenné konzultace při sestavování sborníku a dále pak představitelům níže uvedených organizací, které finančně podpořily jeho vydání.

Aleš Trojánek

Velké Meziříčí, červen 2010

TDS Brno – SMS, s.r.o.  
[www.tdsbrnosms.cz](http://www.tdsbrnosms.cz)

Jednota českých matematiků  
a fyziků  
[www.jcmf.cz](http://www.jcmf.cz)

KDZ, spol. s r. o.  
[www.kdz.cz](http://www.kdz.cz)

Gremis Velké Meziříčí  
stavební a obchodní společnost spol. s r. o.  
[www.gremis.cz](http://www.gremis.cz)

# Obsah

Předmluva	iii
Obsah	v

Aleš Trojánek: <i>XIV. seminář o filosofických otázkách matematiky a fyziky</i> .....	1
---	---

## Fyzikální část

Jiří Langer: <i>Ernst Mach – fyzik, filosof</i> .....	3
Martin Černohorský: <i>Slavnosti a (ne)slavnosti u Machova rodného domu</i> .....	11
Jan Novotný: <i>Spor o rotující vesmír</i> .....	22
Jiří Podolský: <i>Stručný průvodce po kosmologii 20. století</i> .....	25
Aleš Trojánek: <i>Teorie relativity a GPS</i> .....	36
Ivan Štoll: <i>Zamyšlení nad dějinami fyziky</i> .....	40

## Matematická část

Michal Lenc: <i>Richard Feynman o výuce matematiky</i> .....	59
Jaroslav Hora: <i>O počítačových důkazech matematických vět</i> .....	67
Miroslav Tichý: <i>O programu Mathematica a jeho využití ve výuce</i> .....	75
Karel Otruba: <i>Kuželosečky (zdánlivě) nestředoškolsky</i> .....	84

## Pedagogická část

Jindřich Bečvář: <i>Co má znát a umět pedagog [CMZUP]</i> .....	93
Jindřich Bečvář: <i>K čemu mi to bude?</i> .....	101
Jindřich Bečvář: <i>Jak zvelebit učitelství</i> .....	109
Aleš Trojánek: <i>Poznámky k systému profesního růstu učitelů</i> ....	122
Jindřich Bečvář: <i>Teorie nevzdělanosti</i> .....	126
Vítězslav Čížek: <i>Vokovické Sorbonny</i> .....	132
Aleš Trojánek: <i>Poznámky ke státním maturitám</i> .....	137
Jindřich Bečvář: <i>A přece se točí! Ale naopak!</i> .....	140
Aleš Trojánek: <i>Doporučená literatura</i> .....	143

## XIV. SEMINÁŘ O FILOSOFICKÝCH OTÁZKÁCH MATEMATIKY A FYZIKY<sup>1</sup>

ALEŠ TROJÁNEK

Ve dnech 18. – 21. srpna 2008 se konal na Gymnáziu Velké Meziříčí XIV. seminář o filosofických otázkách matematiky a fyziky. Seminář byl pořádán Komisí pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF a Gymnáziem Velké Meziříčí. Akce je určena hlavně středoškolským učitelům matematiky a fyziky, ale zúčastňují se jí i vysokoškolští učitelé a studenti doktorského studia. Celkový počet letošních účastníků byl 60.

Tematika seminářů o filosofických otázkách matematiky a fyziky bývá různorodější než napovídá (historicky daný) název. Příspěvky se týkají filosofických a historických aspektů našich oborů, pokroků v nich a školské problematiky. Letos převládala machovská tematika. Konkrétní přehled přednášek je následující: Jiří Langer: *Ernst Mach, fyzik a filosof (1838-1916)*, Karel Otruba: *Kuželosečky (zdánlivě) nestředoškolsky*, Aleš Trojánek: *Od Newtonova vědra k GPS*, J. Podolský: *Stručný průvodce po kosmologii 20. století*, Ivan Štoll: *Zamyšlení nad dějinami fyziky*, Jaromír Šimša: *Cabri ukázky z anatomie trojúhelníku*, Miroslav Tichý: *O programu Mathematica a jeho využití ve školní výuce*, Jaroslav Hora: *Historie a současnost počítačového dokazování*, Michal Lenc: *Feynman o výuce matematiky*, Martin Černožský: *Slavnosti a (ne)slavnosti u Machova rodného domu*, Dag Hrubý: *O školství v Portugalsku*, Jan Novotný: *Mach a Gödel*, Jindřich Bečvář: *O školství v České republice*.

Součástí semináře byly i večerní diskuse ve velkomeziříčských podnicích a též společenský večer, na kterém vystupovali tradiční účastníci: Dag Hrubý, Jindřich Bečvář, . . . Účastníci semináře byli také přijati na velkomeziříčské radnici místostarostou města, který je seznámil s bohatou historií města: první část roku 2008 byla ve Velkém Meziříčí ve znamení oslav 600. výročí udělení městských práv.

---

<sup>1</sup>Upravený text zprávy o semináři, který byl publikován v Čs. čas. fyz. **58** (2008), s. 297.

V předstihu byla k dispozici předseminární brožura s programem semináře a s anotacemi většiny přednášek. Její písemná podoba společně se dvěma svazky edice *Dějiny matematiky* a sborníkem s příspěvky z minulého semináře tvořily seminární materiály. Elektronická verze sborníku je vystavena na stránkách [www.gvm.cz/seminare](http://www.gvm.cz/seminare).



# FYZIKÁLNÍ ČÁST

## ERNST MACH – FYZIK, FILOSOF

JIŘÍ LANGER

*V květnu 2008 byla v brněnských Chrlicích odhalena busta Ernsta Macha na jeho rodném domě, která doplnila o dvacet let starší pamětní desku. Při této příležitosti se konala v Brně vědecká konference věnovaná Ernstu Machovi. Monografie [1] sestavená z příspěvků na této konferenci pokrývá různé aspekty Machova díla.*

### Život

Ernst Mach se narodil 18. 2. 1838 v Chrlicích u Brna (dnes součást Brna). Jeho německá rodina se záhy přestěhovala do Rakouska. Mach měl do čtrnácti let domácí výuku, v gymnaziálních studiích pak pokračoval v letech 1852-1855 na piaristickém gymnáziu v Kroměříži. Pravděpodobně v této době se naučil poměrně dobře česky, takže když se později ucházel o profesuru v Praze, mohl uvádět jako svou přednost znalost českého jazyka.

Od roku 1855 studoval na vídeňské universitě, v roce 1860 získal doktorát. V roce 1864 získal profesuru ve Štýrském Hradci a konečně v roce 1867 na Karlově-Ferdinandově universitě v Praze, kde setrval až do roku 1895. Zde též vznikla nejpodstatnější část jeho díla.

Když v roce 1882 došlo k rozdělení university na českou a německou, stal se v letech 1883-1884 rektorem německé university. Podle pamětníků však udržoval velmi dobré styky s českou částí a rozhodně nepřispěl k rozjitření vztahu mezi oběma universitami, ke kterému později došlo.

Mach byl nesporně význačnou osobností experimentální fyziky, jejím skvělým historikem i didaktikem. Jeho zájem se však týkal i filosofie a stal se spolu s Richardem Avenariem (1843-1896) představitelem směru zvaného *empiriokriticismus*. V roce 1895 odešel z Prahy, když získal profesuru filosofie na vídeňské universitě.

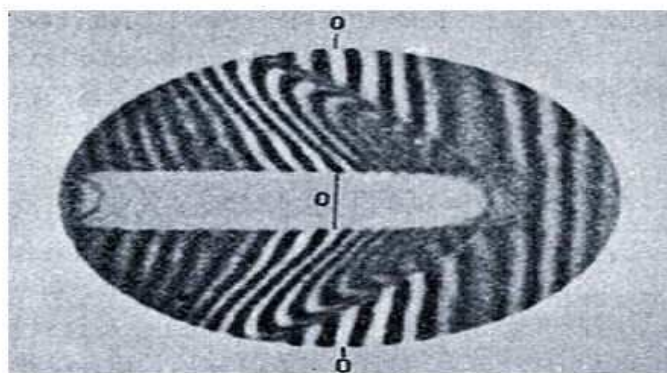
V roce 1898 byl postižen mozkovou mrtvicí a ochrnul na půl těla. I když zůstal nadále vědecky i občansky aktivní – v roce 1901 odchází

do důchodu, je však ustanoven členem horní komory rakouského parlamentu – i z tohoto hlediska je třeba hodnotit jeho ne zcela vstřícný vztah k vznikající moderní fyzice, teorii relativity i atomové fyzice. Teorii relativity nepřijal a byl i odmítavý k existenci atomů, empirické důkazy se mu zdály nedostatečné.

Od roku 1913 žil u syna Ludwiga v Bavorsku, kde v roce 1916 zemřel. Albert Einstein uctil jeho památku neobyčejně vřelým nekrologem vysoce hodnotícím jeho dílo.

### Mach – experimentální fyzik

Z rozsáhlejšího Machova díla si všimneme jen toho nejznámějšího objevu, díky kterému zná Machovo jméno každý zájemce o létání. Mach se intenzivně věnoval studiu pohybu nadzvukovou rychlost v tekutinách, především ve vzduchu, a jeho hlavní zásluhou je, že vyvinul techniku, pomocí které uměl fotograficky zobrazit tlakové pole kolem střely letící nadzvukovou rychlostí. Index lomu závisí na hustotě vzduchu, tedy potažmo na tlaku, a na základě tohoto jevu pořídil Mach krásné fotografie tlakového pole kolem letící střely (obr. 1). Tyto práce uskutečnil v době svého pražského působení a velmi platným pomocníkem mu byl český mechanik na univerzitě Hájek. Mach stanovil úhel  $\alpha$ , který svírá rázová vlna buzená střelou, která se pohybuje nadzvukovou rychlostí:  $\sin \alpha = c/v$ , kde  $c$  je rychlost zvuku v daném prostředí,  $v$  rychlost střely a uvedený poměr se nazývá *Machovo číslo*.



Obr. 1: Machova fotografie nadzvukové střely z r. 1889.

Mach byl i autorem řady vtipných demonstračních pomůcek. Nejznámější je kyvadlo, které se může naklánět ve směru kolmém k rovině kyvu a demonstruje závislost doby kyvu na gravitačním zrychlení (obr. 2), nebo Machův vlnostroj, demonstrující různé aspekty vlnivého pohybu (srovnej s obr. 3).



Obr. 2: Machovo kyvadlo.

### Machův princip

Uvedli jsme, že Mach byl i výborným historikem fyziky. Jeho *Mechanika ve svém historickém vývoji* [3], napsaná v pražském období, krásně popisuje vývoj této oblasti fyziky v průběhu věků. Nám může lichotit, že zde Mach uvedl do světového povědomí dílo českého barokního vědce Jan Marka Marci z Kronlandu, jemuž se nedostalo většího uznání v jeho době v důsledku nedostatku komunikace s vědeckými centry v Evropě.

Tato kniha si udržuje svou popularitu mezi fyziky dodnes. Nebyla totiž jen historickým popisem vývoje mechaniky, nýbrž Mach zde prezentoval svou kritiku newtonovské představy absolutního prostoru. Newton si uvědomoval, že jeho mechanika nedokáže zjistit rovnoměrný přímočarý pohyb vzhledem k „absolutnímu prostoru“. Svůj



Obr. 3

známý myšlenkový pokus s rotujícím vědrem však pokládal za jasnou demonstraci skutečnosti, že lze zjistit zrychlený pohyb vzhledem k absolutnímu prostoru – dnes bychom řekli vzhledem k inerciálnímu systému. V rotujícím systému působí odstředivá síla a ta způsobí, že v rotujícím vědu má hladina rotující vody parabolický tvar.

Mach však argumentoval, že nikdo tento pokus neprovedl v prázdném prostoru. **Podle Macha je prohnutí hladiny způsobeno pohybem vzhledem ke vzdáleným hvězdám.** Tuto myšlenku matematicky jasně neformuloval, ale i ve své intuitivní podobě byla inspirativní pro řadu dalších vědců, především pro Alberta Einsteina. (Podobnou kritiku představy absolutního prostoru vyslovil o více jak sto let dříve George Berkeley, Machův přístup byl však na něm zřejmě nezávislý.)

Této myšlence dal Albert Einstein jméno *Machův princip* a byla pro něj inspirací při formulaci teorie relativity, jmenovitě obecné relativity. Obecná relativita sice Machův princip nenaplnila, ale nese

určité „machovské“ rysy – hodně hmotné vědro by částečně „strhávalo“ inerciální systém. Podrobněji se zde mnoha složitým aspektům Machova principu nebudeme věnovat, odkážeme jen na článek Jiřího Bičáka v [1], či na monografii [2].

### Mach – filosof<sup>1</sup>

Mach sám sebe neprohlašoval za filosofa (*není žádná Machova filosofie, nanejvýše snad metodologie . . .*, napsal), nicméně jeho vliv byl značný. Svá epistemologická hlediska vyložil v *Mechanice* [3], především pak v *Analýze počítků* z roku 1886 [4]. Uvedme – mírně zkráceně – několik citátů z tohoto díla.

*Užitečný zvyk označovat relativně stálé komplexy jménem a pojímat je jednou myšlenkou vede ke zvláštnímu konfliktu, když se snažíme analyzovat jejich části a izolovat je. Vágní obraz, který se pozorovatelně nezmění, když něco odebereme, vede k představě, že to musí být něco, co existuje samo o sobě . . ., že můžeme odebrat všechny části a pořád něco zůstane. To dává vzniknout filosofické představě, která je z počátku působivá, pak se však začne jevit jako monstrózní, „věci o sobě“, lišící se od toho, jak se „jeví“ a je nepoznatelná.*

Mach se zde vymezuje především proti Kantovi. Jinde to vyjadřuje explicitněji: *Vždy jsem cítil jako šťastnou okolnost, když jsem v patnácti letech narazil v knihovně mého otce na Kantovy „Prolegomena ke každé příští metafyzice“. Kniha na mne tehdy silně a nesmazatelně zapůsobila, tak jak pak už žádná jiná filosofická četba. O dva tři roky později jsem si najednou uvědomil nadbytečnost „věcí o sobě“. . . S hodnotnou částí fyzikálních teorií nutně vstřebáváme i pořádnou dávku falešné metafyziky, kterou je těžké odfiltrovat od toho, co si zaslouží být zachováno, zejména když jsme si na tyto teorie zvykli.*

Vybral jsem citáty, které snad dobře ukazují to, co mohl Einstein pokládat za tak podnětné, když se vyjadřoval, že při objevu speciální teorie relativity mu velmi pomohla četba Humea a Macha. Hume i Mach zastávali názor, že pojmy se musí opírat o zkušenost. V okamžiku, kdy se Einstein chystal zbořit klasický pojmový aparát týkající prostoru a času, mohla být pro něj pobídkou jiná Machova myšlenka: *Koncepty, které jsou užitečné pro uspořádávání věcí, mohou získat takovou autoritu, že zapomeneme na jejich pozemský původ a bereme je*

<sup>1</sup>Tato část je zkráceně přejata z mého článku v [1].

*jako nezměnitelné. Dostanou razítko „myšlenkové nezbytnosti“, „danosti a priori“ atd. Takové omyly mohou zablokovat vědecký pokrok na dlouhou dobu. Či jiná Machova formulace ze [4]: Především shledáváme, že prostoru a času přikládáme v naší zkušenosti větší důvěru; shledáváme je reálnějšími než zkušenost barvy, zvuku, teploty atd. Zkoumáme-li ale věc důkladněji, musíme uznat, že naše vjemy času a prostoru jsou obdobnými vjemy jako naše vjemy barvy, zvuku či zápachu, jen naše povědomí prvního je jistější a jasnější než těch druhých. Prostor a čas jsou dobře uspořádané množiny počítků.*

Většina čtenářů tohoto textu má vlastní zkušenost s tím, když se sami teorii relativity učili a mnozí i s tím, když ji vykládali jiným. Asi mi dají za pravdu, že tím nejtěžším krokem k jejímu pochopení je zbavit se „apriorních“ představ, týkajících se pojmu prostoru a času, ve skutečnosti však představ, které máme vypěstovány zkušeností se světem malých rychlostí. Dnes samozřejmě každý student ví, že teorie relativity je dobře a se svými problémy s ní se tedy musí nějak vyrovnat. Na začátku 20. století však nebylo zdaleka jednoduché se zažitých „apriorních“ představ o prostoru a čase vzdát. Ukazuje to příklad dvou velikánů, Henriho Poincarého a Hendrika A. Lorentze. Oba dva objevili matematickou strukturu speciální teorie relativity, Einsteinův princip relativity však v plném rozsahu nepřijali. Zdá se, že „maličkost“, jež tomu bránila, bylo uznat, že to co se *jeví* jako čas, skutečně *je* čas.

Starší generace si pamatuje Macha jako hlavního zloducha Lenina *Materialismu a empiriokriticismu*, jenž býval povinnou četbou ke zkoušce z marxistické filosofie. Kniha byla vlastně napsána proti ruským machistům v čele s Alexandrem Bogdanovem, se kterým Lenin soupeřil o moc v bolševické straně, to je však jiná historie. Lenin poukazuje na to, že Machovy myšlenky jsou velice blízké filosofii „subjektivního idealisty“ George Berkeleyho a to mu už bohatě stačilo k vehementnímu odsudku.

Mach by bezpochyby souhlasil s následujícími Berkeleyho výroky, které jsme vybrali z *Pojednání o základech lidského poznání* [5]:

*Poněvadž se zjistilo, že se vyskytuje pohromadě nějaká barva, chuť, vůně, tvar a pevnost, považujeme to vše za jedinou určitou věc, označenou jménem jablko. Jiné skupiny idejí ustavují kámen, knihu . . .*

*Každý uzná, že ani naše myšlenky, vášně . . . neexistují mimo mysl.*

*Kupodivu převládá názor, že domy, řeky . . . mají existenci odlišnou*

*od způsobu, jak je vnímá rozum. Tento princip v sobě obsahuje zřejmý rozpor.*

Berkeley začne s brilantní fyzikální analýzou toho, jak zprostředkovaně se k nám dostávají informace o věcech kolem nás. Světelné vlny procházejí složitým přístrojem, kterým je naše oko, aby skončily nakonec jako „vjem“ v mozku, zvukové vlny rozechvívají bubínek. . . . V prvním kroku je to vyvrácení „naivního realizmu“, tedy představy, že věci jsou takové, jak se nám jeví. S tím nešlo polemizovat ani v Berkeleyho době, tím méně dnes, když zprostředkovaně nahlížíme do mikrosvěta. Ani ten, kdo fyzice moc nefandí, nechce být zařazen do kategorie, jež má slovo „naivní“ ve svém názvu (i když naivními realisty v běžném životě jsme všichni). Už problematičtější je další krok. Berkeleyho heslo bylo *Esse est percipi*, existovat znamená být vnímán. Protože ale vnímání se uskutečňuje až v mysli, věci získávají existenci tam. A konečně Berkeleyho „theologický“ závěr – jak si poradit s existencí věcí, jež nikdo zrovna v tu chvíli nepozoruje, či s otázkou, zda existovaly věci v prvních biblických dnech před stvořením člověka. Jeho odpovědí je, že je vždy vnímá Bůh (nemohl tedy plně odpočívat ani sedmého dne) a Bůh má navíc funkci jakéhosi koordinátora vjemů v naší mysli. Formuluje také dilema:

*Zkrátka, i kdyby existovala vnější tělesa, nikdy bychom se to nemohli dovědět. A kdyby neexistovala, mohli bychom si myslet právě tak dobře jako teď, že existují.*

S Berkeleyho teologickým závěrem by antireligiosní Mach už určitě nesouhlasil. Zmíněné dilema však řešil Immanuel Kant představou, že „věci o sobě“ jsou nepoznatelné. Machovou odpovědí je: „Proč se starat o něco, co nemůžeme poznat, když to naší orientaci ve světě nijak nepomůže?“ Popírá, že má smysl hovořit o nějakých charakteristikách věcí, které jsou nepoznatelné. O své teorii ovšem prohlašuje, že je monistická, nerozlišuje něco jako ducha a hmotu, i naše ego je souhrn počitků.

Mach konstruuje svět z „počitků“ (*Empfindungen*), věci jsou (poměrně stabilní) „komplexy počitků“. Einsteinovi se to moc nelíbilo a tento slovník je nějak podezřelý asi i většině z nás. Už stravitelnější je, když řekneme, že k popisu světa chceme užívat jen pozorovatelných veličin – takový program hrál roli i v kvantové teorii. Je to však vlastně jen terminologická změna, nahrazení slova „počitek“ termínem „pozorovatelná veličina“ by Mach asi nebránil. I zde však

narazíme na problém. Vezměme si, jak užitečný je pro popis elektromagnetického pole například čtyřpotenciál, který přímo pozorovatelnou veličinou není a pozorovatelnými veličinami není jednoznačně určen – kalibrační volnost je v současné fyzice elementárních částic dokonce klíčová. Byla to přehnaná snaha popisovat svět jen pomocí přímo pozorovatelných veličin, která bránila Machovi přijmout atomovou teorii. Z hlediska dnešní fyziky je důležité to, že užívaný pojmový aparát a teoretické konstrukce musí vést k *pozorovatelným závěrům v plném souladu se zkušeností*.

### Závěr

Několik aspektů Machova díla, o kterých jsme se zmínili, ho ukazují jako významného vědce, jenž významně ovlivnil řadu následovníků, především Alberta Einsteina a vídeňský kroužek logických pozitivistů. Z národnostního hlediska můžeme oceňovat, že ač Němec, hovořil česky a udržoval v českými vědci a studenty dobré vztahy a učitelé fyziky ocení, že otázkám výuky věnoval značnou pozornost.

### Literatura

- [1] Musilová J., Dub P. (editoři): *Ernst Mach – Fyzika – Filosofie – Vzdělávání*. Nakladatelství MU, Brno, asi 2010.
- [2] Barbour J., Pfister H. (ed.): *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity*. Birkhäuser. Boston, Basel, Berlin 1995.
- [3] Mach E.: *Science of Mechanics*. Open Court Publishing Company, Chicago 2006.
- [4] Mach E.: *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältniss des Physischen*. Fischer Verlag, Jena 1900.
- [5] Berkeley G.: *Pojednání o základech lidského poznání*. OIKOYMENH, Praha 2004.



# SLAVNOSTI A (NE)SLAVNOSTI U MACHOVA RODNÉHO DOMU

MARTIN ČERNOHORSKÝ

*Philipp Frank o Ernstu Machovi:*

*Je něco fascinujícího v jeho jednoduchém, přímém učení.  
Navzdory své jednoduchosti je stimulující a provokativní.  
Je málo myslitelů, kteří vyvolali tak ostré difference názorů  
a kteří jedny tak inspirovali a vyvolali tak naprostý odpor  
u jiných.*

Musí se to říct třikrát.  
*Goethe: Faust, díl I, verš 1531*

## 1. Machova jubilea.

Semináře JČMF o filosofických otázkách matematiky a fyziky reagovaly už od svého prvopočátku na aktuální dění. Je proto přirozené, že program XIV. semináře nezůstává bez reakcí na letošní Brněnské dny Ernsta Macha 2008. Podobně už před dvaceti lety se Brněnské dny Ernsta Macha 1988 promítly do programu V. semináře ve Žďáru nad Sázavou (22. – 29. 8. 1988). Jeho tehdejší seminární programová brožura informuje o tom v odstavci Žďárská pocta Ernstu Machovi ([1], s. 160) takto:

„Rok 1988 je rokem 150. výročí narození Ernsta Macha, . . . Brněnské Machovy dny 13. a 14. května zahrnovaly seminář *Pohledy na Ernsta Macha* s výstavkou Machových knih a experimentů, přednášku a besedu pro širokou veřejnost *Chrlický rodák Ernst Mach* a slavnost odhalení pamětní desky na Machově rodném domě. . . Přednášky J. Komrsky, J. Langer a I. Štolla jsou otištěny v brožuře *Pocta Ernstu Machovi*, která obsahuje i úplnou dokumentaci brněnských Machových dnů . . . Žďárskou poctu Ernstu Machovi tvoří kromě uvedených tří přednášek tři další programové body: výstavka *Ernst Mach, Machovské soaré* s obrazovou reportáží z brněnských Machových dnů a panelová diskuse *Ernst Mach – život, fyzika, filosofie . . .*“

Letošní jubileum 2008 uzavírá trojici slavností 1938, 1988, 2008 – trojici, jako celek poznamenanou děním na průčelí Machova rodného

domu při každé z nich. V roce 1938 to bylo odhalení pamětní desky s Machovým reliéfem, jejíž podivný, historicky ojedinělý osud zakončený nevyjasněným roztavením jejího torza byl na základě archivních materiálů a autentických osobních svědectví v mnoha jednotlivostech objasněn a podrobně popsán [2]. Při jubileu v roce 1988 byla odhalena jen prostá žulová deska, pod níž byl až při letošním jubileu 2008 usazen samostatný reliéf.

Kromě tří slavnostních veřejných aktů v letech 1938, 1988 a 2008 zažilo průčelí domu jedno zřejmě čistě technicky pojaté znovuuštění (1948) a dvojí demontáž (1943, 1950) původní bronzové pamětní desky, a k těmto třem úkonům s deskou přídomek „slavnostní“ by příslušel jen jako trojí, svou povahou rozdílná ironie. Kronikář by tedy pro průčelí rodného Machova domu zaznamenal šest památných dnů, s dělením na dvě trojice, předjímající odpověď na otázku proč „slavnosti“ a „(ne)slavnosti“?

## 2. Proč „slavnosti“ a „(ne)slavnosti“?

Brněnské dny Ernsta Macha 2008 s konferencí „Mach – Fyzika – Filozofie“ a dalšími akcemi připomněly spolu se 170. výročí jeho narození zároveň dvacetileté výročí aktivit vedoucích k odhalení kamenné pamětní desky na Machově rodném domě v Chrlicích ještě v době předlistopadového režimu.

Úvodní Mefistova výzva „Musí se to říct třikrát“ jako symbolické stvrzení oprávněnosti Frankovy charakteristiky Machova rozporného vlivu a tím vyvolaných dvojic přízeň-nepřízeň a uznání-zavržení jako by předurčovaly dění na průčelí jeho rodného domu. Trojice vcelku standardních „slavností“ při 100., 150. a 170. výročí jeho narození je poznamenána, jak už zmíněno, trojím slavnostním odhalováním:

- V jubilejním roce 1938 se odhalovalo skvostné bronzové dílo sochaře Karla Korschanna s Machovým reliéfem uprostřed desky (obr. 1).
- Po půl století byla v jubilejním roce 1988 na témž místě průčelí, po nočním zmizení devadesátigramové desky bezmála čtyři desetiletí osiřelém, slavnostně odhalena prostá žulová deska (obr. 2), vyrobená družstvem Kamena Brno. Podklady jménem brněnské pobočky JČMF jako investora dodali Martin Černohorský

a Marie Fojtíková, desku zhotovil promovaný kameník Stanislav Maluška.

- V roce 2008 byl pod deskou usazen a na závěr Brněnských dnů Ernsta Macha 2008 slavnostně odhalen bronzový reliéf Ernsta Macha, dílo sochaře Jiřího Sobotky (obr. 3).



Obr. 1: Bronzová Machova pamětní deska 1938 (sochař Karel Korschann). Hmotnost 90 kg, rozměry 140 x 90 x ? (cm), reliéf 59 x 71 (cm).

Foto: Reprodukce z knihy Vladimír Novák (1869 – 1944): Vzpomínky a paměti. Brno 1939, 520 s. Fotografie je na s. 160. Hmotnost a rozměry desky zjištěny při studiu archivů z dokumentů [2].

(a) Verzeichnis über abgelieferte Bronzendenkmäler in Mähren, Lfd Nr.1- Bronzeplakette Ernst Mach.

(b) Památkový úřad v Brně, krabice č. 13 a 23 – bronzové pomníky. Denkmalamt in Brünn, Karton Nr. 13, Nr. 23 – Bronze-Denkmale. Vertrauliche Akten.

Bronzová deska s reliéfem se stala nechtěným aktérem tří „(ne)slavností“:

- Sejmutí v červenci válečného roku 1943,



Obr. 2: Nahoře: Kamenná Machova pamětní deska 1988 (Výrobní družstvo Kamena Brno). Světlá žula, rozměry 120 x 65 x 3 (cm). Foto M. Fojtíková. Dole: Machův rodný dům se zahalenou pamětní deskou po jejím usazení 3. 5. 1988 (odhalení 14. 5. 1988). Foto M. Fojtíková.

Obrázek je reprodukcí strany 53 z publikace Černohorský M., Fojtíková M. (red.): *Pocta Ernstu Machovi*. Jednota čs. matematiků a fyziků, Brno 1988, 180 s. Tato publikace, vyrobená s označením „Pracovní materiály seminářů Jednoty čs. matematiků a fyziků“ rozmnožením strojopisných podkladů v nákladu 800 výtisků, vyšla a byla distribuována s nerespektováním dobově podmíněného oficiálního schvalovacího řízení péčí Josefa Janáse a Marie Fojtíkové Odbornou skupinou Pedagogická fyzika Fyzikální vědecké sekce JČMF. Nízkou kvalitu obrázku je namíste vnímat s jejím pochopením jako symbolu a svědectví doby.



Obr. 3: Kamenná Machova pamětní deska 1988 (renovovaná) s reliéfem 2008 (sochař Jiří Sobotka). Foto Jiří Mikulášek.

- nenápadně provedené znovuuusazení v březnu 1948,
- potajmé, památkářům neohlášené odstranění v únoru 1950, nechceme-li připojit truchlivý akt tavení jejího torza pravděpodobně v roce 1965.

### 3. Projev 17. 5. 2008 „Dva osudy“.

O Ernstu Machovi a o „slavnostech“ a „(ne)slavnostech“ s pamětní deskou vypovídá ve stručné charakteristice časového rozpětí stosedmadesáti let 1838 – 2008 projev M. Černohorského „Dva osudy“, přednesený při slavnostím odhalení Machova reliéfu v Brně-Chrlicích v sobotu 17. května 2008 na vyvrcholení Brněnských dnů Ernsta Macha 2008.

„Paní a pánové,  
občané a mládeži z Chrlic i odjinud,  
vážení hosté!

Jsme na místě, na které nás přivádí historie dvou podivuhodných osudů, jednoho lidského, a jednoho duchu vzdělanosti rozhodně neodpovídajícímu.

Nejsme první. Už před sedmdesáti lety, v roce 1938, v tom roce pro celou Evropu a pro naši republiku zvlášť tak kritickém, tu stáli prarodiče mnohých z vás chrlických, a spolu s nimi mnoho lidí zblízka i z daleka. Vzdávali hold Ernstu Machovi při tehdejším stém výročí jeho narození.

To je ten jeden, ten lidský osud, jedna nesmírně bohatá životní dráha s výchozí stanicí tohoto někdejšího arcibiskupského zámečku, a na té dráze úsek nejdelší a nejplodnější, pro světovou vědu, nejen pro fyziku, nejvýznamnější: 28 roků vědeckého a pedagogického působení Ernsta Macha na univerzitě v Praze.

Světově proslulý fyzik a filosof, ale také fyziolog a psycholog, a samozřejmě ne na posledním místě pedagog Ernst Mach byl největší fyzik, který v 19. století v našich zemích působil.

V tomto svém rodném domě pobyl jen kojenecké dva roky. Dalších dvanáct let jeho dětství ho obklopovala příroda na usedlosti v dolnorakouském Untersiebenbrunnu, vzděláván ne ve škole, ale doma otcem, s jednoletým intermezzem primy v seitenstettenském gymnáziu, kde ho benediktinští otcové shledali nevzdělatelným. Otec ho však vzdělal a jinoch Ernst přichází jako čtrnáctiletý znovu na Moravu, do Kroměříže, aby tam na piaristickém gymnáziu jako sedmnáctiletý maturoval. Následovalo šest let v císařsko-královské Vídni s univerzitním studiem, doktorátem a dvouletou docenturou. Je povolán na univerzitu do Grazu, kde po tři roky působí jako profesor matematiky a fyziky. Nato se Machova životní dráha dostává do hlavní stanice: Praha 1867 až 1895 – celých 28 let. Profesor experimentální fyziky, dvakrát v čele univerzity jako rektor, autor velkých monografií nejen fyzikálních, studium rázové vlny, vesměs hodnoty přetrvávající do dneška.

Po bezmála třech desetiletích vedou rodinné i profesionální okolnosti Macha ke snaze přejít na vídeňskou univerzitu. Opouští ji jako fyzik, při návratu je mu svěřena stolice filosofie, na níž působí po šest let, do roku 1901. V roce 1913 se z Vídne stěhuje ke svému nejstaršímu

synovi Ludwigovi do bavorského Vaterstettenu, kde jeho životní dráha ve válečném roce 1916 končí.

Zpráva o jeho úmrtí ve světově proslulém anglickém časopisu *Nature* (*Příroda*) končí slovy:

*Profesor Mach ve sdělení na rozloučenou, které vzhledem k nešťastnému stavu Evropy je zvlášť úctyhodné a dojemné, posílá pozdravy všem, kdo ho znají, a žádá o klidnou vzpomínku. Lidé dobré vůle ve všech končinách splní toto přání, neboť nebylo šovinistického sklonu, který by zkreslil Machovu vidinu pokroku lidského ducha, a nikdo neukázal tak jasně jako on, že v nestranném pěstování vědy lidé všech dob i jazyků jsou navzájem druhy.*

A v tom roce 1938, na tomto místě, po odhalení krásné bronzové pamětní desky s podobiznou Ernsta Macha zaznělo z úst tehdejšího starosty Zimoly:

*Pánové!*

*Děkují vám za velikou čest, kterou jste dnes zasazením pamětní desky Arnošta Macha naší obci projevili.*

*Jako starosta jménem všech spoluobčanů vám slibuji, že pamětní desku, nesoucí jméno filosofa a vynálezce, budeme vždy s úctou opatrovati, aby našim dětem a všem budoucím hlásala, že zde mezi námi se narodil muž, který se zasloužil o vědu a pokrok lidstva.*

Právě oné skvostné bronzové pamětní desky se týká ten druhý podivuhodný osud. Asi bychom se tu dnes nesešli, kdyby dosud byla na svém místě na zdi, kterou máme před sebou. Jen v některých chrlických domácnostech jsou dnes známy převyprávěné události o Machově pamětní desce, namnoze různými pověstmi opředené a zahalené do neurčitých svědectví či představ.

Studium brněnských archivů však přineslo některá nesporná fakta: Její válečný odvoz za bílého dne o prázdninách v roce 1943 do královopolského Semilassa a neobjasněný údajný tajuplný přesun snad do Brťoví či Brťova u Blanska, poválečné rozpaky s návratem až v březnu 1948 na tuto zeď, z které ale už po pouhých dvou letech zase mizí. Tentokrát ne za bílého dne, ale ve skrytu noci, spolu s údajně spadlým kamenným arcibiskupským vrchnostenským znakem z místa, kde dnes

vidíme nad vstupní bránou znak Chrlic.

Dalšími úložišti desky jsou obecní knihovna a zámecké sklepní prostory, které opouští ochuzena o upilovaný rozměrný kus. Takto znehodnocena dožila pravděpodobně v zámecké kapli. Odtud symbolicky vede cesta asi už jen k roztavení do výhně slévárny, kde se duchem obdařené umělecké dílo mění na pouhý bezduchý bronz, vnímaný a ceněný jako zhodnotitelný materiál.

Pamětní deska Ernsta Macha s jeho podobiznou se tak stala obětí ani ne tak nevědomé chlapecké nevzdělanosti, jako především neúcty ničitelů k hodnotám, které ti ostatní kolem nedovedli ochránit.

Dnes se podoba Ernsta Macha po 58 letech vrací na jeho rodný dům. Přejme si, aby v roce 2038, při oslavě dvousetého výročí narození Ernsta Macha, ti, kdo tu budou stát, mohli vzpomenout na jeho životní dráhu a její bohaté plody pohledem na právě tento jeho reliéf, a že se tak potvrdí, že historie se neopakuje.

Opakovat a naplňovat by se ale měl slib starosty Zimoly, že budeme reliéf fyzika a filosofa Ernsta Macha s úctou opatrovat, aby našim dětem a všem budoucím hlásal, že se zde, v tomto chrlickém stavení, narodil Ernst Mach, *muž, který se zasloužil o vědu a pokrok lidstva.*“

#### 4. Mozaika dokumentů a sdělení.

K dokreslení některých aktů a jejich doby mohou přispět úryvky z podrobné dokumentace [2].

Po slavnosti odhalení desky 14. 5. 1988 někdejší student fyziky na Přírodovědecké fakultě Masarykovy univerzity (tehdy UJEP) doc. RNDr. Rudolf Fiedler, CSc., z Vysokého učení technického Brno, napsal:

*Brno, 14. květen 1988*

*Vážený pane docente,*

*pozvánka JČMF na oslavy 150. výročí E. M. byla tak nevšední, že jsem považoval za svou povinnost účastnit se a vyjádřit úctu vykonané práci.*

*Pokud jste „The Case of the First Memorial Desk“ zcela neodložil, pak Vás bude zajímat mé dnešní zjištění:*

*– lidé se bojí říci, co vědí, protože „Mach se pohádal (!) s Leninem“;*



- deska byla za války schována (což jste uváděl), po válce, v r. 1948 znovu umístěna na dům (což je v souladu s Vámi citovaným zápisem) a v padesátém roce znovu sundána;
- duší druhého sundání desky prý byl nebožtík ... (?), („... , to je jeho syn, starý byl ...“), který vykonal i řadu dobrých skutků.

*Za pozvánku a prožité slavnostní okamžiky upřímně děkuji.*

*Rudolf Fiedler*

Sedm dalších, chronologicky řazených úryvků, uvedených vesměs v článku [2]:

1. Po slavnostním odhalení desky v roce 1938 zůstala pamětní deska na svém místě jen po krátkou dobu. Po okupaci Československa Německem bylo v názvu „Elektrotechnický svaz československý“ slovo „československý“ zatřeno a v roce 1943 byla deska při hromadném sběru barevných kovů pro válečný průmysl sejmuta, před roztavením byla však zachráněna. Místo, kde byla deska v následujících pěti letech uložena, se zjistit nepodařilo.
2. *Desku sundali jednoho červencového dopoledne 1943 obecní zřízení B. Maša a T. Pernes za účasti N. Volaříka. Odvezl ji koňským povozem rolník J. Prokeš, a to do společenského domu zvaného Semilasso v Brně-Králově Poli. Pravděpodobně právě tam byla deska stejně jako další památkové předměty v srpnu 1943 za účelem památkové dokumentace [40] vyfotografována.*
3. *... Pamětní deska byla však za 2. světové války odstraněna, a to Němci (sbíral se kov). Měla být odvezena do Prahy. Byla však přesto zachráněna. Ale po roce 1945 neměl však už žádný z tehdejších oficiálních činitelů odvahu desku znovu na rodném domě umístit. In: Leoš Davídek [Skutečným autorem byl bratr Leoše Davídka Felix Maria Davídek, tajně vysvěcený katolický biskup, bez možnosti publikovat pod svým jménem. Poznámka M.Č.]: Arnošt Mach – omyly, nedorozumění, skutečnost. (K 130. výročí narození.) Sborník Chrlice 1969.*
4. V roce 1948 se deska z rozhodnutí přijatého v březnu na schůzi Místního národního výboru opět ocitla na svém původním místě na zdi domu, avšak už v roce 1950 byla znovu odstraněna, tentokrát z politických důvodů a potajmu v noci, uložena do obecní

knihovny v sousedním stavení a později přesunuta do podzemních prostor v bezprostřední blízkosti chrlického zámečku, Machova rodného domu. Do těch se dostávali při svých hrách i chlapi, a jejich dílem bylo koncem padesátých let i upilování jednoho rohu desky velikosti asi 40 x 30 cm, prodaného v místní sběrně. Brzy po tomto poškození byla deska z podzemí odstraněna, její další údajná úložiště se nepodařilo potvrdit. Skončila nakonec pravděpodobně v místní slévárně v roce 1965.

5. Z archivu města Brna: Záznam o jednání obecní rady obce Chrlice 16. 3. 1948: Bod „Mach“: Jednalo se o znovuzavěšení pamětní desky Arnošta Macha na ústav slepců. Provedení dáno kulturní komisi.
6. Archiv Památkového úřadu v Brně: V sobotu 11. 2. 1950 spadl a na několik kusů se rozbil biskupský kamenný erbovní znak, umístěný nad vraty bývalého biskupského zámku. O zmizení pamětní desky Ernsta Macha nebylo v Archivu Památkového úřadu nalezeno žádné hlášení.

Poslední úryvek se týká slavnostního aktu 14. 5. 1988. Jeho závěr může být výzvou generaci, která vzpomene Ernsta Macha na chrlickém náměstí v roce 2038:

7. Pod odhalenou pamětní desku byl z rukou Marie Fojtíkové zavěšen zelený věnec s trikolórou, předaný Pavlem Němcem, účastníkem slavnosti v roce 1938, jako symbol navázání na tehdejší atmosféru úcty k Machovu životu a dílu.

## 5. Rekapitulace aktů na průčelí Machova rodného domu.

**Neděle 13. února 1938** – 100. výročí narození Ernsta Macha (18. 2. 1838 – 19. 2. 1916).

Slavnostní usazení bronzové pamětní desky.

**Červencové dopoledne 1943** – Sběr barevných kovů pro válečné zbrojení.

Sejmutí a odvoz pamětní desky.

**Březnový den 1948** – poúnorově (!) iniciované, nedokumentované znovuosazení pamětní desky, s nezjištěnými místy uložení od srpna 1943 do března 1948.

**Únorová noc 1950** – Potajmé, památkářům nesdělené odstranění desky.

**Sobota 14. května 1988** – Brněnské dny Ernsta Macha 1988 – 150. výročí narození:

Slavnostní usazení kamenné pamětní desky.

**Sobota 17. května 2008** – Brněnské dny Ernsta Macha 2008 – dvojí výročí: 1838, 1988.

Slavnostní usazení bronzového reliéfu.

## Literatura

- [1] Černohorský M., Fojtíková M. (red.): *Pocta Ernstu Machovi*. Jednota čs. matematiků a fyziků, Brno 1988, 180 s.
- [2] Černohorský M.: *Trojí instalace pamětní desky Ernsta Macha*. České znění článku [3]. In: *Ernst Mach – Fyzika – Filosofie – Vzdělávání* (uspořádali Jana Musilová a Petr Dub). Nakladatelství MU, Brno, v prosinci 2009 v přípravě k tisku.
- [3] Černohorský M.: *Dreimalige Anbringung der Ernst-Mach-Gedenktafel in Brünn-Chirlitz*. Würzburger medizinhistorische Mitteilungen **22** (2003), 345 – 371.

## SPOR O ROTUJÍCÍ VESMÍR

JAN NOVOTNÝ

Ernsta Macha a Kurta Gödela spojuje kromě rodiště, národnosti a mimořádného významu jejich vědeckého díla ještě pozoruhodný tématický průnik. Projevuje se v odpovědi, kterou dali na otázku: Může vesmír rotovat? I člověk bez jakýchkoliv odborných znalostí se může odvážit „relativistické“ či „absolutistické“ odpovědi. Relativista (nemusí být nutně stoupencem teorie relativity) řekne: O pohybu mluvíme vždy vzhledem k něčemu, je-li vesmír vším, nemůžeme jeho pohyb vztáhnout k něčemu dalšímu – mluvit o rotaci vesmíru tedy nemá smysl, rotující vesmír by byl pouze vesmír nazíraný z hlediska vztažné soustavy, která se vůči němu otáčí. Absolutista (nemusí být nutně stoupencem newtonovské fyziky) řekne: Rotace je spojena s jistými dynamickými projevy, které jsou prokazatelné bez ohledu na relativní pohyb: setrvačné síly, stáčení osy setrvačnicku či roviny kyvů Foucaultova kyvadla. Není důvodu, proč neuvažovat o vesmíru, který v tomto smyslu rotuje: ve vztažné soustavě spojené s vesmírnou hmotou pozorujeme uvedené jevy.

Právě taková protichůdná stanoviska formulovali Mach a Gödel. Vyslechněme nejprve Macha [1]: „Pro mne vůbec existuje pouze relativní pohyb a já zde nemohu uznat žádný rozdíl mezi rotačním a translačním pohybem. Rotuje-li těleso vzhledem k nebi nehybných hvězd, vznikají odstředivé síly, pokud rotuje vzhledem k jinému tělesu a nerotuje vzhledem k nebi nehybných hvězd, odstředivé síly nevznikají. Nemám nic proti tomu, aby se první pohyb nazýval absolutním, nezapomeneme-li, že to neznamena nic jiného než rotaci vůči nebi nehybných hvězd. Můžeme snad nehybně držet Newtonovo vědro s vodou, otáčet kolem něho nebem s hvězdami a dokázat, že v tomto případě odstředivé síly nevzniknou?“

Takový pokus je neuskutečnitelný, ale nemá ani v principu žádný smysl, protože oba případy jsou pro naše smyslové orgány nerozlišitelné. Proto považuji oba případy za jeden a týž případ a rozdíl, který mezi nimi dělá Newton, za iluzi.

Je ovšem pravda, že v balonu se vždy můžeme orientovat za mlhy pomocí tělesa, které nerotuje vůči nehybnému hvězdnému nebi. To

však není nic jiného než jeden ze způsobů, jak se orientovat vůči nehybnému hvězdnému nebi; jde prostě o mechanickou orientaci namísto optické.“

Nyní vyslechněme Gödela [2]: „Uvažujeme-li nyní o problému z hlediska teorie relativity, vyvstává první otázka, v jakém smyslu v ní můžeme mluvit o rotaci vesmíru, když nemáme žádný absolutní prostor, k němuž bychom ji vztahovali. Odpověď je ovšem taková, že v teorii relativity stavíme na místo absolutního prostoru jisté inerciální pole, které určuje pohyby těles, na něž nepůsobí žádné síly. Toto inerciální pole speciálně určuje chování osy naprosto volného setrvačnicku či roviny kyvů kyvadla a vzhledem k takto definovaným prostorovým směrům (volného setrvačnicku či roviny kyvů) se hmota může otáčet. V obvyklé terminologii to znamená, že rotuje relativně k setrvačnickovému kompasu. Vidíte, že tento druh rotace nezahrnuje představu osy, okolo které se celý svět otáčí. Svět může být dokonale homogenní, a přece v každém místě lokálně rotovat, jak tomu také je v případě, který jsem uvedl. Nicméně můžeme o tomto světě říci, že rotuje jako celek (jako tuhé těleso), protože vzájemné vzdálenosti každé dvojice hmotných částic (měřené jako ortogonální vzdálenosti jejich světočar) zůstávají po všechny časy stejné. Je ovšem také možné a dokonce působivější myslet na tento svět jako na tuhé těleso v klidu a na setrvačnickový kompas jako na rotující relativně vzhledem k tomuto tělesu. Tento stav věcí evidentně ukazuje, že inerciální pole je ve velké míře nezávislé na stavu pohybu hmoty. To protirečí Machovu principu, ale neprotirečí to teorii relativity.“

Obě vyjádření dělí od sebe asi půl století. Za tu dobu se ve fyzice událo hodně, a to i ve vztahu ke zde diskutovanému problému. Zdokonalení přístrojů nám otevřelo další patro vesmíru – „nebe nehybných hvězd“ se změnilo v rotující galaxii, i ona však rotuje na pozadí „galaktického nebe“, jehož majáky – galaxie, se od nás sice vzdalují, ale toto vzdalování je v inerciální soustavě s velkou přesností radiální. Zůstává tak v platnosti Machovo konstatování, že setrvačné síly nevznikají v soustavě, která se neotáčí vůči vesmíru galaxií.

Machovy názory na setrvačnost hrály podstatnou roli při vzniku obecné teorie relativity. Einstein byl zprvu přesvědčen, že jeho teorie těmito názorům plně odpovídá. Skutečně podle obecné teorie relativity rotující hmoty ve svém okolí strhují místní inerciální soustavy. Řešení Einsteinových rovnic, které Gödel našel a na něž se ve své ci-

tované přednášce odvolává, však ukazuje, že setrvačnost není pohyby kosmických hmot určena úplně, ale pouze do jisté míry.

Stoupenec Machova učení má ovšem stále možnost se dovolávat faktu: ve skutečném, pozorovaném vesmíru vznikají odstředivé síly a stáčí se rovina kyvů kyvadla v soustavě, která vůči vzdáleným kosmickým hmotám rotuje. Jeho závěr by mohl být jistou parafrází závěru Gödelova: Machův princip protirečí Gödelovu modelu vesmíru, ale neprotirečí pozorovaným faktům.

Co se týče jeho nesouhlasu s obecnou teorií relativity, je možné uvažovat o různých variantách. Lze v tom vidět výzvu k modifikaci obecné teorie relativity, která by se s Machovým principem shodovala. Tato modifikace by se nemusela nutně týkat samotných Einsteinových rovnic, ale třeba jen formulace počátečních a okrajových podmínek s nimi spojených. Je také možné pokusit se přeformulovat samotný Machův princip tak, aby se nevylučoval s Gödelovým modelem. Problém vztahu obecné teorie relativity k Machovým myšlenkám lze v každém případě považovat za dosud nedořešený. V nedávné minulosti se jím zabývala i řada příspěvků na vědeckých setkáních, která byla v Machově a Gödelově rodné městě uspořádána u příležitosti stého výročí narození Kurta Gödela a stodesátého výročí narození Ernsta Macha. Zájemce o hlubší seznámení s tématem lze odkázat na sborníky z těchto akcí [3], [4].

## Literatura

- [1] Mach E.: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*. F. A. Brockhaus, Leipzig 1904.
- [2] Gödel K.: *Lecture on rotational universe*. In Feferman, S. (ed.): *Kurt Gödel collected works*. Oxford University Press, Oxford 1995, svazek III.
- [3] Havlík V. (ed.): *Meze formalizace, analytičnosti a prostoročasu, sborník ze symposia konaného v rámci Brněnských dnů Kurta Gödela 2006*. Filosofia, Praha 2007.
- [4] Musilová J., Dub P. (editoři): *Ernst Mach: Fyzika – Filosofie – Vzdělávání*. Nakladatelství MU, Brno, asi 2010.

# STRUČNÝ PRŮVODCE PO KOSMOLOGII 20. STOLETÍ

JIŘÍ PODOLSKÝ

Všeobecně uznávaným vědeckým popisem vesmíru je představa vyvíjejícího se hierarchického kosmu, který již více než 10 miliard let expanduje z počátečního žhavého velkého třesku. Tento model dnes poskytuje komplexní a vnitřně ucelený obraz, jenž je v souladu s dobře ověřenými fyzikálními teoriemi mikrosvěta i makrosvěta a s ohromným množstvím rozličných astronomických měření.

Cílem našeho příspěvku je připomenout klíčové etapy a milníky vývoje fyzikální kosmologie 20. století i hlavní osobnosti, jež jsou s nimi spojeny. Zaměříme se zejména na teorii velkého třesku, která (na rozdíl od konkurenční teorie stacionárního vesmíru) byla od počátku 60. let potvrzena řadou pozorování. Ve druhé části příspěvku pak shrneme hlavní soudobé poznatky a fakta o vesmíru jako celku, jeho strukturu a vývoji.

## Kosmologie jako věda o vesmíru

Mezi základní kosmologické otázky patří zejména zjistit:

- jaká je struktura kosmu (jeho uspořádání, hierarchie)
- z čeho je složen (jaká je jeho podstata, elementární prvky)
- rozměry a stáří (otázka nekonečnosti a věčnosti)
- evoluci struktur (jeho vznik, budoucnost)

Vývoj kosmologických představ lze sledovat napříč celými dějinami lidské kultury. V zásadě bychom je mohli charakterizovat jako cestu od fantazií a spekulací k ověřeným vědeckým poznatkům. V hrubém přiblížení lze dějiny kosmologie periodizovat takto:

- mytologie a náboženské představy starověkých civilizací
- antická vzdělanost a její arabští zprostředkovatelé
- středověký scholastický obraz světa
- novověk, vznik vědy a následná cesta racionálního poznání

Klíčový přelom ve vývoji kosmologie přineslo zformulování Einsteiny vy teorie gravitace (obecné relativity) v roce 1915. Její následný rozvoj

a skloubení s fyzikou a astronomií 20. století do konzistentního obrazu světa poprvé učinilo z kosmologie plnoprávný vědecký obor.

### Obecná relativita, její první aplikace a pozorování

První relevantní kosmologický model sestrojil krátce po vzniku obecné teorie relativity v roce 1917 sám její tvůrce Albert Einstein. Byl to model statického vesmíru rovnoměrně vyplněného hvězdami. Aby se vyvážilo přitažlivé gravitační působení hvězd, bylo nutné do rovnic gravitačního pole dodatečně zavést tzv. kosmologickou konstantu  $\Lambda$  coby „antigravitaci“ prázdného prostoru. Ve stejném roce objevil de Sitter jiné řešení Einsteinových gravitačních rovnic, které popisuje model prázdného rozpínajícího se vesmíru s kosmologickou konstantou  $\Lambda$ .

Ve 20. letech pak byly nalezeny expandující modely s hmotou. Zásluhu na tom měl Friedmann (1922) a následně Lemaître, Robertson, Walker, Tolman a další. Ti objevili a popsali úplnou rodinu prostorově homogenních a izotropních friedmannovských modelů obsahujících obvyklou hmotu, elektromagnetické (fotonové) záření a případně kosmologickou konstantu. Lemaître (1927) navíc přišel s ideou „prvotního atomu“: uvědomil si, že expandující vesmír musel mít svůj časový počátek, dnes nazývaný velký třesk, a byl první, kdo se snažil popsat fyzikální procesy probíhající ve velmi raném vesmíru.

Ve 20. letech se díky rozmachu astronomických pozorování prokázalo, že vesmír je velký, hierarchický a opravdu se rozpíná. Kolem roku 1920 probíhala tzv. „velká debata“, zda spirální mlhoviny jsou vzdálené galaxie či ne. Shapley a další pokládali spirální mlhoviny za útvary patřící do Mléčné dráhy, opačný tábor vedený Curtisem je považoval za vzdálené ostrovy miliard hvězd. Mléčná dráha je jen jednou z mnoha galaxií. To se opravdu prokázalo, když Hubble v roce 1923 změřil vzdálenosti M31 pomocí cefeidy. Následná pozorování dala za pravdu stoupencům velkého strukturovaného vesmíru, jehož hvězdy se seskupují do obřích a navzájem oddělených galaktických rodin.

V roce 1929 Hubble a Humason objevili rudý posuv spekter galaxií, který díky Dopplerovu jevu odpovídá rychlosti jejich vzdalování. Počátkem 30. let tedy bylo zjevné, že vesmír je plný galaxií a opravdu expanduje, v souladu s příslušným modelem obecné teorie relativity.



## Souboj teorií velkého třesku a stacionárního vesmíru

Řada badatelů považovala za přirozené, že expandující vesmír musel mít v minulosti svůj počátek, dnes zvaný velký třesk. Veškerá existující hmota byla tehdy za vysokých hustot a teplot natěsnána do nepatrného prostoru. Bezprostředně po velkém třesku proto mohly probíhat termojaderné reakce, čímž lze vysvětlit vznik různých prvků. Tuto představu propagoval a od 30. let rozpracovával George Gamow se svými spolupracovníky Ralphem Alpherem a Robertem Hermanem.

Našli se však vědci, kteří s touto myšlenkou nesouhlasili. Nejzarytější odpůrcem teorie žhavého počátku vesmíru byl Fred Hoyle a jeho kolegové Thomas Gold a Herman Bondi. V roce 1949 přišli s vlastním alternativním kosmologickým modelem stacionárního vesmíru. Využili toho, že z pozorovaného rozpínání vesmíru ještě *logicky* neplyne, že by musel mít svůj časový počátek a vývoj. Kdyby ve vesmíru neustále vznikala nová hmota, hustota galaxií by mohla zůstat konstantní i při jeho expanzi. Takový vesmír by byl věčný a neměnný.

Nesmiřitelný souboj těchto dvou konkurenčních teorií byl pro rozvoj kosmologie v 50. a 60. letech stimulační. Díky němu se postupně podařilo objasnit spoustu klíčových faktů a souvislostí, zejména:

- **pochopení nukleosyntézy prvků**

S myšlenkou, že hvězdy jsou obrovské koule žhavé plazmy, v jejichž centru dochází k termojadernému slučování jader vodíku na jádra hélia, přišel už ve 20. letech Eddington. Přesný popis příslušných reakcí našli ve 30. letech Atkinson s Houtermansem (tzv. proton-protonový řetězec) a Bethe s Weizsäckerem (tzv. CNO cyklus). Tím byl odhalen zdroj energie hvězd a prokázána produkce hélia z vodíku v nitru hvězd.

Otázkou však zůstávalo, kdy a kde se ve vesmíru vzaly těžší prvky, především uhlík a následně dusík, kyslík a tak dále. Gamow s Alpherem a Hermanem (1935, 1948) se domnívali, že mohly také vzniknout krátce po velkém třesku. Fermi s Turkevichem ale ukázali, že to nebylo možné, protože vesmír se rozpínal velmi rychle, takže příhodné teploty brzo ustaly.

Reakci syntézy uhlíku ze tří jader hélia našli Opik a Salpeter (1951), ale až Hoyle (1954) přišel na to, jak mohou takové reakce probíhat za dostatečně krátkou dobu. Předpověděl existenci

(do té doby neznámého) excitovaného stavu uhlíkového jádra, který Fowler (1957) experimentálně skutečně prokázal. Rychle se pak podařilo najít a pochopit celou síť následných nukleárních reakcí, jimiž hvězdy ve svém nitru syntetizují všechny prvky až po železo. Zásahu na tom měli především manželé Burbidgeovi, Fowler a Hoyle (1957). Ve stejném roce Cameron doplnil poslední velkou chybějící část mozaiky: ukázal, že prvky těžší než železo mohou vznikat záchytem neutronů za obrovských teplot při výbuchu supernov.

- **zpřesnění stáří vesmíru**

Teorie velkého třesku měla od 30. do 50. let minulého století velký problém s časovými škálami. Hubblem stanovená rychlost rozpínání byla příliš velká, takže se vesmír zdál mladší než objekty v něm: vypadalo to, že existuje jen 1,8 miliardy let. To byl zjevný paradox, na který Hoyle oprávněně poukazoval při propagování svého modelu stacionárního (a tedy věčného) světa.

Nápravu přinesla až pečlivá měření, která od 40. let prováděl Baade. V roce 1952 objevil, že existují *dvě různé* populace cefeid. Příslušná revize mezigalaktických vzdáleností „zvětšila“ vesmír  $2,6\times$  oproti Hubbleovým měřením. Následně Sandage (1958) zjistil, že některé velmi zářivé zdroje v galaxiích nejsou hvězdy, ale oblasti excitovaného vodíku. Zásluhou této opravy vesmírné vzdáleností narostly ještě  $2,2\times$ . Další drobnější upřesňování skutečné velikosti vesmíru probíhala i později.

Ukázalo se, že vesmír je asi osmkrát starší, než plynulo z původních Hubbleových měření. Je mu více než 10 miliard let, což pro teorii velkého třesku již nepředstavuje žádný problém.

- **prokázání evoluce vesmíru**

Zásluhou prudkého rozvoje radioastronomie po druhé světové válce byly v 50. a 60. letech objeveny úplně nové kosmické objekty, především velmi aktivní rádiové galaxie, kvasary a pulsary.

Systematickým hledáním a katalogizací rádiových galaxií se zabýval Ryle, který v roce 1961 ukázal, že nejsou v prostoru rozloženy uniformně. Nacházejí se především ve velkých vzdálenostech a v hojné míře tedy existovaly jen v raném vesmíru.

V roce 1963 Schmidt identifikoval první kvasar 3C 273. Ukázalo se, že jeho spektrální čáry vykazují obrovský rudý posuv, což znamená, že to je relativně malý objekt s obrovskou svítivostí, nacházející se velice daleko.

Důsledkem těchto nových objevů bylo zjištění, že v mladém vesmíru byly galaxie i jiné astronomické objekty daleko aktivnější než v dnešní době. Tento evoluční efekt byl v plném souladu s teorií velkého třesku a současně zasadil tvrdou ránu Hoyleho představě stacionárního, neměnného vesmíru.

- **existence reliktního mikrovlnného záření**

Již v roce 1948 učinili Alpher, Gamow a Herman teoretickou předpověď existence rádiového reliktního záření coby „ozvěny“ horkého velkého třesku. Vesmír byl po svém zrodu zaplněn hmotou v plazmatickém stavu. Jak se však rozpínal, rychle chladnul. Zhruba 400 tisíc let po velkém třesku teplota klesla natolik, že vznikly neutrální atomy. Od toho okamžiku mohly reliktní fotony volně putovat „průhledným“ vesmírem. Zachovaly si své původní Planckovo spektrum (záření absolutně černého tělesa), jen jeho teplota díky expanzi vesmíru dnes klesla na pouhých několik kelvinů.

Toto reliktní mikrovlnné záření přicházející rovnoměrně z celé oblohy bylo experimentálně prokázáno Penziasem a Wilsonem (1965). Ukázalo se, že je velice izotropní, planckovské a má teplotu  $T = 2,7$  K. Objev se stal triumfem teorie velkého třesku, zatímco pro model stacionárního vesmíru byl fatální.

Pečlivé studium reliktního záření je nesmírně důležité. V roce 1989 například družice COBE změřila jeho nepatrné anizotropie řádu  $10^{-5}$ , jež v plném souladu s teorií velkého třesku odpovídají „zárodkům“ dnešních kup galaxií.

## Shrnutí klíčových pozorování

V této druhé části příspěvku podáme stručný přehled základním faktů o vesmíru jako celku. Nepůjde nám již o chronologický popis zjištěných skutečností, ale o jejich shrnutí z pohledu soudobé kosmologie počátku 21. století.

- **vesmír je popsitelný známými fyzikálními zákony**

Hlavní argument pro toto tvrzení poskytuje spektroskopie. Bez zbytečného se podařilo identifikovat spektrální čáry vysílané všemožnými nebeskými objekty s příslušnými čarami látek zjištěnými v pozemských laboratořích. Z toho plyne, že pozorovaná vesmírná tělesa jsou složena z téže hmoty jako Země a sluneční soustava. I ve vzdálených hvězdách, galaxiích či kvasarech nacházíme stejné chemické prvky a sloučeniny. To znamená, že tam platí i stejně fyzikální zákony (elektromagnetizmu, kvantové mechaniky, statistické fyziky atd.), jinak by struktura atomů a molekul (a tudíž i jejich spektra) byla odlišná. Samozřejmě, při extrapolaci „pozemských“ fyzikálních zákonů je nutná obezřetnost, zatím ale vše nasvědčuje tomu, že celý pozorovaný vesmír je pozoruhodně jednotný: je ovládán stejnými zákony a existují v něm stejné formy hmoty.

- **vesmír obsahuje na různých škálách množství struktur**

Všechno kolem nás je uspořádáno do bohaté hierarchie struktur, od částic přes jádra, atomy, chemické sloučeniny, buňky, rostliny, živočichy a lidi, jejich ekosystémy, Zemi a ostatní planety, Slunce a spoustu podobných hvězd, galaxie až po kupy galaxií. Vše dohromady tvoří opravdový kosmos (z řeckého *kosmos*, což znamená „uspořádat, srovnat“). Námí popsáný hierarchický vesmír zahrnuje obrovskou rozměrovou škálu. Její rozsah dnes přesahuje 40 řádů: proton ( $10^{-15} m$ ), atom ( $10^{-10} m$ ), buňka ( $10^{-5} m$ ), člověk ( $1 m$ ), Země ( $10^7 m$ ), sluneční soustava ( $10^{13} m$ ), galaxie ( $10^{21} m$ ), pozorovaný vesmír ( $10^{26} m$ ).

- **všechny dnes pozorované struktury jsou složeny z kvarků a leptonů navzájem spojených jen čtyřmi interakcemi**

Z pohledu dnešní fyziky jsou základními „cihličkami“ všech struktur vesmíru kvarky a leptony, plus jejich antičástice. Kvarků, stejně jako leptonů, je jen 6 druhů a jsou po dvojicích řazeny do 3 rodin. Nejdůležitějšími kvarky jsou *u* a *d*, protože se z nich skládají protony a neutrony (a tudíž atomová jádra). Nejdůležitějším leptonem je elektron (neboť spolu s jádrem tvoří strukturu atomů). V základech komplikované hierarchie struktur kosmu tedy stojí nesmírně elegantní jednota!

Zmíněné elementární stavební prvky a struktury z nich složené jsou navzájem svázány pouze 4 fundamentálními fyzikálními interakcemi: silnou jadernou, slabou jadernou, elektromagnetickou a gravitační. Existence a složitost všemožných struktur je dána souhrou těchto čtyř sil, jež závisí především na rozměrech objektů a jejich teplotě. Zatímco obě jaderné interakce se omezují na mikrosvět, vesmír ve velkém je naopak ovládán gravitací.

- **vesmír je na největších rozměrech uniformní, nemá tedy globální strukturu**

Víme, co je dnes nejmenší strukturou přírody. Co je však její největší strukturou? Všechna dosavadní pozorování svědčí o tom, že vesmír *jako celek* je

izotropní: ve všech směrech vypadá v průměru stejně

homogenní: ve všech místech vypadá v průměru stejně

Zatímco na běžných rozměrech pozorujeme nesmírné bohatství struktur (viz výše), na opravdu velkých škálách se odlišnosti smývají. Konkrétně to znamená, že oblasti vesmíru o rozměrech větších než 200 Mpc jsou v průměru stejné. Vesmír ve velkém se tedy jeví velmi „fádní“. Tato skutečnost je potvrzena pozorovaným rozložením vzdálených galaxií, kvasarů i reliktního záření.

- **vesmír jako celek se rozpíná**

Je prokázaným faktem, že daleké galaxie a kvasary se vzdalují, což se projevuje Dopplerovým rudým posuvem jejich spekter. Jak objevil Hubble už v roce 1929, rychlost vzdalování  $v$  je přitom úměrná jejich vzdálenosti  $d$ , tedy  $v = H d$  (pro velké hodnoty  $d$  se pozorují jisté odchylky od této lineární závislosti). Dnešní hodnota Hubbleova parametru úměrnosti je  $H \sim 70 \text{ km/s/Mpc}$  (připomeňme že  $1 \text{ Mpc} = 30,9 \times 10^{18} \text{ km}$ ). V souladu s teorií velkého třesku tedy před asi 14 miliardami let při vzniku vesmíru byly všechny objekty vesmíru „na tomtéž místě“ za obrovských teplot, tlaků a hustot.

- **vesmír má specifické složení chemických prvků**

Pokud jde o „běžnou hmotu“ (tzv. baryonovou), vesmír obsahuje hlavně vodík, méně hélia (zhruba 25%), a jen nepatrné množství ostatních prvků (deuteria, lithia, uhlíku, dusíku, kyslíku atd.).

Jak předpokládal už Eddington a dokázali Atkinson s Houtermansem a Bethe s Weizsäckerem, hélium vzniká termojadernými reakcemi v nitru hvězd. Za celou dobu existence vesmíru nemohly však ani všechny hvězdy vyrobit tolik hélia, kolik skutečně pozorujeme. Z toho plyne, že většina nejlehčích prvků (He, D, Li) nutně musela vzniknout na samotném počátku vesmíru při prvotní nukleosyntéze, v naprostém souladu s teorií Gamowa, Alpher a Hermana.

Středně těžké prvky od uhlíku po železo se naopak postupně syntetizují jen v nitru hvězd, jak ukázali Opik, Salpeter, Hoyle, Fowler a manželé Burbidgeovi.

Všechny prvky těžší než železo (včetně transuranů) pak vznikají při výbuchu supernov.

- **vesmír vyplňuje reliktní mikrovlnné záření**

Z celé oblohy přichází rádiové záření, které je velmi izotropní a má spektrum absolutně černého tělesa o teplotě  $T = 2,728 \text{ K}$ , jeho maximum tedy spadá do mikrovlnné oblasti.

Teoreticky ho v roce 1948 předpověděli Alpher, Gamow a Herman jako důsledek žhavého velkého třesku (později nezávisle též Dicke, Peebles, Roll a Wilkinson). Skutečně bylo pozorováno roku 1965 Penziasem a Wilsonem, za což jim byla v roce 1978 udělena Nobelova cena.

- **detailní měření nepatrných anizotropií reliktního záření**

Reliktní záření, jež v sobě nese informaci o podmínkách panujících ve velmi raném vesmíru, přece jen vykazuje drobné teplotní odchylky. Nejprve byla v roce 1976 měřením ze špionážního letadla *U-2* objevena dipólová anizotropie o velikosti  $\Delta T \sim 3 \text{ mK}$ . Ta je způsobena Dopplerovým jevem v důsledku vlastního pohybu Země rychlostí zhruba  $300 \text{ km/s}$ .

Dne 18. 11. 1989 startovala družice COBE, první sonda určená k přesnému zmapování teploty reliktního záření v různých směrech. Objevila „zrnité“ odchylky o velikosti jen  $\Delta T \sim 20 \mu K$ . V teorii velkého třesku je lze přirozeně identifikovat jako dávné zárodky struktur, které díky gravitaci postupně vedly ke vzniku hvězd, galaxií a jejich kup. Za tento význačný objev získali Smoot a Mather Nobelovou cenu za rok 2006.

Měření družice COBE byla skvěle potvrzena a zpřesněna počátkem tohoto století družicí WMAP, která startovala 30. 6. 2001. Z naměřených odchylek reliktního záření na různých úhlových škálach (z polohy a výšky tzv. akustických píků) bylo možné dost přesně určit skutečné parametry našeho vesmíru: jeho stáří, rychlost rozpínání, složení a další cenné informace.

- **základní parametry vesmíru**

Výsledkem pětiletého měření družice WMAP a dalších projektů, jako je měření vzdálených supernov či mapování velkorozměrových struktur, jsou následující hodnoty některých klíčových parametrů našeho vesmíru:

- velký třesk se odehrál před  $13,7 \pm 0,1$  miliardami let
- Hubbleova konstanta  $H$  je dnes  $70,1 \pm 1,3 \text{ km/s/Mpc}$
- parametr prostorové plochosti je  $-0,02 < \Omega_k < 0,01$
- rudý posuv oddělení reliktního záření od hmoty  $z = 1091 \pm 1$
- toto oddělení nastalo  $376 \pm 3$  tisíc let po velkém třesku
- zážeh prvních hvězd  $432 \pm 90$  milionů let po velkém třesku

- **přítomnost „temné hmoty“ a „temné energie“**

Tato nejnovější měření přinesla i velmi překvapivé zjištění: zdá se, že ve vesmíru se kromě obvyklé hmoty (ve formě známých částic a atomů) vyskytují i „temná hmota“ a „temná energie“, a to v následujících poměrech:

- atomy a částice:  $4,6 \pm 0,1 \%$
- temná hmota:  $22,6 \pm 0,6 \%$
- temná energie:  $72,1 \pm 1,5 \%$

Obvyklá hmota tedy utváří jen nepatrnou část celého vesmíru!

Temnou hmotu (jejíž projevy pozorujeme jak na kosmologických škálách, tak v dynamice hvězd a galaxií) by snad mohly tvořit dosud neznámé elektricky neutrální hmotné částice. Konkrétní kandidáty lze hledat mezi příslušnými částicemi nových (zatím ale neproověřených) jednotných teorií interakcí, supersymetrických teorií atd.

Pokud jde o temnou energii, její povaha je dosud zcela neznámá. Tato „energie vakua“ efektivně vykazuje kladnou hustotu  $\rho$ , ale záporný tlak  $p$ . Podle dnešních měření je její stavová rovnice  $p = w\rho$ , kde  $w = -0,97 \pm 0,06$ . To je velmi pozoruhodné, protože hodnota  $w = -1$  přesně odpovídá kosmologické konstantě  $\Lambda$  zavedené Einsteinem už v roce 1917 jako „antigravitační efekt prázdného prostoru“. Díky této „temné energii“ alias kosmologické konstantě vesmír nyní zrychluje své rozpínání.

### Dnešní model vesmíru: $\Lambda$ CDM

V současné době tedy vše nasvědčuje tomu, že velmi dobrým popisem našeho vesmíru je globálně homogenní a izotropní model s téměř plochým euklidovským prostorem, dominantní kladnou kosmologickou konstantou  $\Lambda$  (alias temnou energií) a chladnou nebaryonovou temnou hmotou (CDM z anglického Cold Dark Matter), který z počátečního velkého třesku už téměř 14 miliard let expanduje, v této epoše dokonce čím dál rychleji. Jeho prvotní fluktuace teploty a hustoty byly adiabatické, gaussovské a téměř nezávislé na škále a postupně vedly ke vzniku celé hierarchie pozorovaných struktur a objektů.

V kontextu obecné teorie relativity tento model spadá do kategorie friedmannovských prostoročasů, které v roce 1933 popsal Lemaître. Příslušná funkce expanze  $R(t)$  je řešením diferenciální rovnice

$$\left(\frac{\dot{R}}{cR}\right)^2 = \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{R^2} + \frac{8\pi G}{3c^2} \left(\frac{\rho_{\text{látka}}}{R^3} + \frac{\rho_{\text{záření}}}{R^4}\right),$$

kde  $\Lambda > 0$  je kosmologická konstanta,  $k \approx 0$  charakterizuje prostoro-ovou křivost,  $G$  je gravitační konstanta,  $c$  je rychlost světla, konstanta



$\rho_{\text{látka}}$  určuje množství běžné hmoty a temné hmoty ve vesmíru, zatímco  $\rho_{\text{záření}}$  určuje množství reliktního záření.

Je vidět, že v blízkosti počáteční singularity velkého třesku, tedy pro  $R \rightarrow 0$ , je pro dynamiku rozpínání vesmíru dominantní poslední člen odpovídající záření, takže  $R(t) \sim \sqrt{t}$ . Naopak, pro  $R \rightarrow \infty$  převažuje kosmologická konstanta  $\Lambda$  a příslušné asymptotické řešení rovnice je  $R(t) \sim \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} ct\right)$ . Na počátku se tedy vesmír rozpínal velkou rychlostí, přičemž vlivem gravitace hmoty tato rychlost klesala. Postupně ale čím dál více přicházel ke slovu antigravitační účinek kosmologické konstanty (temné energie vakua), a vesmír proto naopak začal zrychlovat. Nakonec přejde do fáze exponenciálně rychlé expanze odpovídající de Sitterově modelu z roku 1917.

Zdá se, že uvedený kosmologický scénář souhlasí s řadou podrobných a pečlivých astronomických měření velkorozměrové struktury vesmíru, svítivostmi vzdálených supernov či s anizotropiemi reliktního mikrovlnného záření. Uvidíme, zda tento model vesmíru bude potvrzen a upřesněn i dalšími pozorováními, která dnes probíhají anebo se připravují. Především lze dychtivě očekávat výsledky evropské družice *Planck*, která 14. května 2009 úspěšně odstartovala s úkolem o řád přesněji proměřit teploty reliktního záření.

## Literatura

- [1] Singh S.: *Velký třesk*. Argo/Dokořán, Praha 2007.
- [2] Coles P.: *Kosmologie*. Dokořán, Praha 2007.
- [3] Kirshner R.: *Výstřední vesmír*. Paseka, Praha 2005.
- [4] Horský J., Novotný J., Štefaník M.: *Úvod do fyzikální kosmologie*. Academia, Praha 2004.
- [5] McEvoy J., Zarate O.: *Stephen Hawking*. Portál, Praha 2002.
- [6] Kleczek J.: *Vesmír kolem nás*. Albatros, Praha 1986.

## TEORIE RELATIVITY A GPS<sup>1</sup>

ALEŠ TROJÁNEK

V poslední době se stále rozšiřuje okruh osob, které užívají nebo brzo budou užívat GPS (Global Positioning System). Na tomto novém a atraktivním zařízení se uplatňuje mnoho fyzikálních poznatků či samotných základních principů fyziky. Je proto vhodné využít možnosti a např. žákům gymnázia ukázat, že „fyzika je na každém kroku“. V tomto příspěvku si všimneme pro mnohé překvapující souvislosti GPS a speciální i obecné teorie relativity. Níže uvedený text, který byl inspirován článkem [1], je určen spíše učitelům fyziky, kteří si ho pro svůj případný výklad upraví zejména s ohledem na fyzikální průpravu žáků.

Navigační systém GPS sestává z 24 družic, z nichž každá nese přesné atomové hodiny. Základní princip činnosti je následující (viz obr. 1): Předpokládejme, že přijímač na povrchu Země přijímá současně elektromagnetické signály ze 4 družic. Pro jednu družici a pro přijímač platí podle obrázku 1:

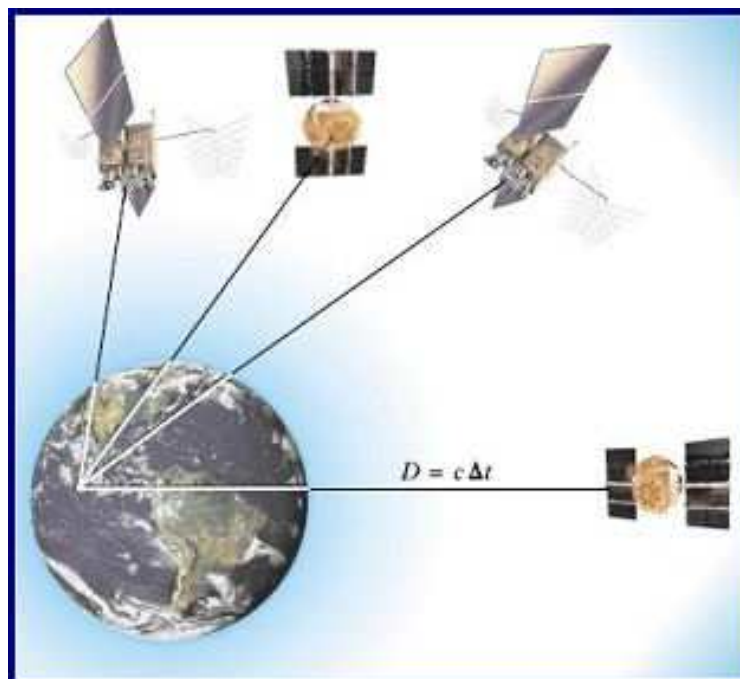
$$D = c\Delta t, \quad (1)$$

kde vzdálenost  $D$  je dána součinem rychlosti světla (konstantní ve všech inerciálních soustavách) a časovým intervalem  $\Delta t$  mezi vysláním signálu z družice a jeho registrací pozemní stanicí. **Protože se družice vzhledem k Zemi pohybuje velkou rychlostí a protože je ve velké výšce (kde je jiný gravitační potenciál), hodiny na družici (atomové) a na Zemi nemohou být synchronizovány,**

---

<sup>1</sup>Na semináři byla uvedena přednáška s názvem *Od Newtonova vědra k GPS*. V první části byl ukázkou a rozбором slavného Newtonova experimentu s vědrem připomenut Machův inspirační přínos pro Einsteinovu OTR a byly provedeny stručné úvahy o původu setrvačných sil. Krátký článek s touto tematikou (Trojáněk A.: *Machův princip a středoškolská mechanika*) vyjde ve sborníku: Musilová J., Dub P. (editoři): *Ernst Mach: Fyzika – Filosofie – Vzdělávání*. Nakladatelství MU, Brno, asi 2010. V našem sborníku vychází jen text druhé části přednášky *Teorie relativity a GPS*, který přetiskujeme (s mírnými úpravami) z Čs. čas. fyz. **58** (2008), 107.

aniž by se neuvažovaly relativistické efekty. Porovnání údajů ze 4 družic podle rovnice (1) je základem pro určení polohy.



Obr. 1: Princip činnosti systému GPS. (Obr. je převzat z [2].)

Podívejme se nyní stručně a zjednodušeně, jak se uplatňuje TR při synchronizaci hodin.

1. Družice se pohybuje vzhledem k Zemi rychlostí o velikosti např. 4 km/s. Podle vztahu z STR pro dilataci času

$$t_R = \frac{t_h}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \sim t_h \left( 1 + \frac{v^2}{2c^2} \right)$$

ubíhá čas  $t_h$  na pohybující se družici pomaleji než na hodinách na povrchu Země  $t_R$ . Pro  $v = 4$  km/s a pro  $t_h = 1$  den dostaneme

$$t_h - t_R \sim -8 \mu s. \quad (2)$$

2. Družice je ve výšce  $h = 20\,000$  km nad Zemí. Předpokládejme pro jednoduchost, že hodiny na družici se vzhledem k Zemi nepohybují, zanedbejme rotaci Země a uvažujme, že gravitační potenciál se mění podle Newtonova zákona. Pak se hodiny ve výšce  $h$  předbíhají před hodinami u povrchu Země podle vztahu<sup>2</sup>

$$\tau_R = \tau_h \left( 1 - \frac{\Delta\varphi}{c^2} \right),$$

$$\text{kde } \Delta\varphi = \varphi_h - \varphi_R, \quad \varphi \sim -\frac{GM}{r}, \quad r = R + h.$$

Pro  $\tau_h = 1$  den na družici dostaneme

$$\tau_h - \tau_R \sim 45 \mu\text{s}. \quad (3)$$

Porovnáním relací (2) a (3) zjistíme, že efekt OTR převýší (pro danou výšku  $h$ ) efekt STR, a tedy, že čas na družici běží rychleji. Kdyby se neprováděla relativistická korekce času (frekvence), byla by denní chyba v určení vzdálenosti řádově:

$$\Delta D \sim 3,7 \cdot 10^{-5} \text{ s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 11 \text{ km}.$$

Další témata na diskusi se žáky:

- Jak spolu souvisejí tyto hodnoty: velikost rychlosti družice a její výška nad Zemí?

---

<sup>2</sup>Za podnětné diskuse a za odvození výše uvedeného jednoduchého vztahu ze vzorce pro vliv gravitačních potenciálů a potenciálů setrvačných sil na plynutí času podle OTR děkuji prof. Janu Novotnému z Přírodovědecké fakulty MU. Pěkná odvození závislosti chodu hodin na výšce nad Zemí s užitím elementární matematiky a základních principů či zákonů fyziky jsou pro malé rozdíly výšek (gravitační potenciál se mění lineárně s výškou) ve Feynmanových přednáškách z fyziky [4].

- Co jsou to atomové hodiny? Na jakém principu pracují? S jakou přesností měří? ...
- Družice používají jako zdroj solární články. Na jakém principu pracují a kde se používají? ...
- Co víte o systému GPS a o evropském systému GALILEO? (Viz např. [3].)
- Jaké je využití navigačních systémů? (Uvažujte oblasti: doprava silniční, letecká, námořní, telekomunikace, civilní bezpečnost a záchranné a humanitární systémy, ochrana životního prostředí, ...)
- Je vhodné budovat mikrovlnný systém na výběr mýtného pomocí mýtných bran na dálnicích, když se má v Evropě v budoucnu užívat satelitní systém GALILEO?

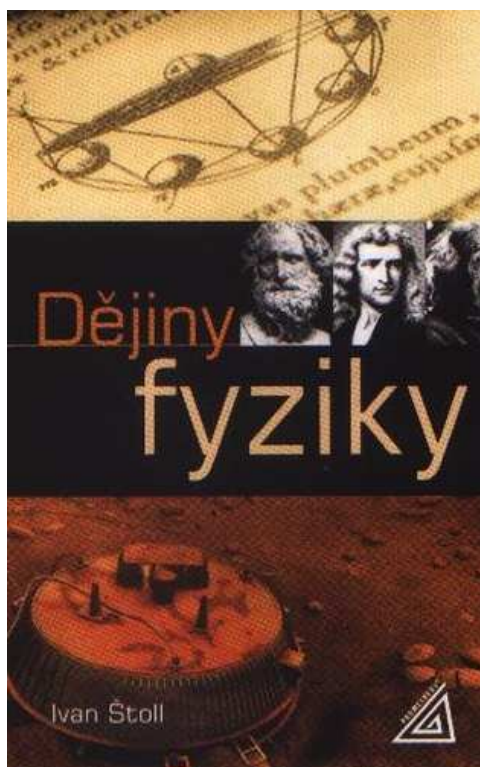
## Literatura

- [1] Yam P.: *Na každém kroku Einstein*. SCIENTIFIC AMERICAN, České vydání, červen 2005, 64 – 69.
- [2] Ashby N.: *Relativity and the Global Positioning System*. Physics Today, May 2002, 41 – 47.
- [3] [http://cs.wikipedia.org/wiki/Global\\_Positioning\\_System](http://cs.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System)
- [4] Feynman R. P., Leighton R. B., Sands M.: *Feynmanove přednášky z fyziky 4*. Alfa, Bratislava 1988, 420 – 430.

## ZAMYŠLENÍ NAD DĚJINAMI FYZIKY

IVAN ŠTOLL

Dvacet let přednášení kurzu Dějiny fyziky pro posluchače jaderné a fyzikálně inženýrské fakulty ČVUT v Praze, četné diskuze se studenty i s posluchači tzv. „třetího věku“, jejich zájem a odezva, a konečně příprava knižní publikace s touto tematikou (Štoll I.: *Dějiny fyziky*. Prometheus, Praha 2009) mne přiměly k hlubšímu zamyšlení nad širšími souvislostmi fyziky v jejím vývoji a (často nesprávném) chápání její úlohy v lidské společnosti. Možná, že některé z těchto podnětů mohou být zajímavé i pro účastníky našeho semináře.



Obr. 1: Titulní strana publikace Štoll I.: *Dějiny fyziky*. Prometheus, Praha 2009.

## 1. Dětinskost fyziky

Občas bývá citován Einsteinův výrok: *Jednu věc jsem během svého dlouhého života pochopil: že veškerá naše věda je ve srovnání se skutečností primitivní a dětinská. A přesto si myslím, že je tou nejcennější věcí, kterou máme.* Výrok má dvě části; někteří lidé slyší jen na první z nich – věda je nedokonalá, není schopna vystihnout skutečnost, je to jen jakási hračka, esoterická zábava pro vyvolené. Druzí naopak vidí ve vědě nejdůležitější výplod lidského ducha, o nějž se opírá celá naše civilizace, a všechno ostatní, co není vědecké, je inferiorní, povrchní a bludné.

Máme-li na mysli přírodní vědy (ve smyslu anglického *sciences*), zaujímá mezi nimi fyzika skutečně jakési klíčové, ústřední postavení. Zabývá se nejobecnějšími, základními vlastnostmi přírody, jako jsou vlastnosti hmoty, prostoru, času a sil, které se projevují v celém námi pozorovaném vesmíru i ve všech pohybech a přeměnách probíhajících na naší Zemi. Další přírodní vědy (chemie, biologie aj.) zkoumají užší, specifické oblasti jevů, jako je spojování atomů v molekuly nebo projevy života, který zatím známe jen na naší planetě. Přitom i v těchto speciálních přírodních vědách se uplatňují fyzikální zákonitosti (krevní oběh jistě probíhá podle zákonů mechaniky a hydrodynamiky vazkých kapalin) a navíc ovšem další speciální přírodní zákonitosti. Kromě toho tyto vědy využívají ve stále větší míře přístroje pracující na fyzikálních principech. Sama fyzika je založena na co nejpřesnějších měřeních s využitím stále dokonalejších (a dražších) aparaturách a plně využívá matematickou teorii, algoritmy a výpočetní techniku. O tom, že na fyzikálních objevech a zákonech je založena převážná část naší techniky a technické civilizace, se není třeba podrobně šířit.

Taková a ještě hlubší argumentace nás vede k závěru, že *fyzika je nejdůležitější věda.* Tento závěr obvykle prezentuji studentům formou bonmotu, který mě zaujal při návštěvě katedry fyziky ve Vídni: *Každý odborník se zpravidla domnívá, že jeho vlastní obor je ze všech nejdůležitější. Fyzikové se ale liší od ostatních odborníků tím, že jejich obor skutečně nejdůležitější je!* A přitom, když jeden Feynmanův asistent se obrátil na profesora, aby vysvětlil jeho mamince, že fyzika je to nejdůležitější ze všeho, že to maminka stále nechce pochopit, Feynman skutečně staré paní zavolal a řekl jí: *Milá paní, nevěřte tomu, co vám říká váš syn; fyzika není to nejdůležitější. To nejdůležitější je láska.*

Řada lidí, kteří o fyzice cosi zaslechli a kteří nechápou fyzikální smysl pro humor, se cítí pobouřena tím, že fyzikové jsou velmi domýšliví, že si dělají nároky na *absolutní pravdy*, nepřipouštějí alternativní názory, a přitom své pravdy a teorie stejně stále mění a vzájemně si hrají do ruky před nezasvěcenými. Někdy se učitel skutečně prořekne, že nějaký fyzikální vztah nebo definice je „věcí dohody“ a někteří žáci si pak odnášejí do života přesvědčení, že fyzikální zákony jsou záležitostí toho, jak se fyzikové dohodnou. Proč by muselo zrovna platit  $E = mc^2$ , proč ne třeba na třetí nebo na čtvrtou, případně  $E = 2/5mc^2$ , kdyby se fyzikové dohodli. Fyzikové skutečně nemohou připustit alternativní názor, protože své poznatky odvozují z měření a výpočtů, které musí být vzájemně v souladu. Jiná je situace např. v umění, kde se uplatňuje subjektivní vidění. Namaluje-li malíř modrý nebo červený les, protože ho tak vidí, má na to jistě právo. Může být ostatně barvoslepý.

Vrcholem domýšlivosti je podle některých lidí to, že fyzikové chtějí vytvořit „teorii všeho“, TOE. Takovým lidem je ovšem třeba říci, že ve skutečnosti nejde o teorii všeho, ale že fyzikové chtějí najít rovnici, která by sjednotila elektroslabé, silné a gravitační interakce, aby si mohli tuto rovnici nechat vytisknout na tričko. Že ovšem takové tričko bude ještě stát pěkných pár miliard dolarů (eur). Další dotazy pak už obvykle nenásledují.

A jak je to s absolutními pravdami a dětinskostí fyziků? V dobách antiky a evropského středověku byla fyzika jistě těsně spojena s filozofií a aristotelovskými dogmaty. Začátkem novověku se však stala skutečně experimentální vědou a Newtonovými ústy odmítla vytvářet nepodložené hypotézy, spekulace a teorie. Přitom ještě dnes se setkáváme mezi hloubavými laiky nejen s vynálezci perpetua mobile, ale i s objeviteli různých nových částic a koncepcí, k nimž dospěli nikoli pomocí nákladných experimentů na urychlovačích, ale při pouhém sezení na židli.

Dynamika začala tehdy, když Galileo (ale i Stevin a další) házeli kaménky, případně kovové kuličky z vysokých věží na zem. Lze si představit dětinštější počínání? Přitom americké „National Bureau of Standards“ hází kuličky do hlubokých šachet i dnes. Byl tak objeven zákon volného pádu v homogenním tíhovém poli ve vakuu; američtí astronauté ho ostatně ověřovali a demonstrovali v rámci mise Apollo i na Měsíci. Fyzika považuje tento zákon za uvedených předpokladů



za pravdivý. Přitom se nestará o to, je-li to pravda dost vznešená a absolutní. Jiná věc je, že tyto pokusy nás přivádějí k principu ekvivalence, který nemá jiné než experimentální zdůvodnění, a ve svých důsledcích k obecné teorii relativity a moderní teorii gravitace a vlastností vesmíru. To si dítěna Galileo ještě představit nedovedl. Podobně dětskou všímavost a zvědavost projevil, když ho zaujal kývavý pohyb lampy s věčným světlem zavěšené na řetězu v chrámovém šeru. Začal tak zkoumat pohyb kyvadla, které se stalo jednou z nejoblíbenějších hraček fyziků. Účastníci mše pohroužení do zbožného rozjímání by nikdy neuvěřili, že právě kývání lampy, jehož si všiml mladý Galileo, přinese lidstvu větší užitek než jejich modlitby. Kyvadlové hodiny v nejrůznější podobě umožnily nejen přesnější měření času, ale i stanovení geometrického tvaru Země, nehomogenit jejího nitra, určování zeměpisných délek, mapování zeměkoule, rozvoj světového obchodu, globální kolonizaci a nakonec, chceme-li, i šíření křesťanství alespoň u některých „pohanských“ národů.

Použití odrazových sklíček k pouštění tzv. „prasátek“ a zapalování hořlavých látek čočkami patří jistě k oblíbeným dětským hrám. Holanďané prosluli jako brusiči drahokamů a skla; broušení čoček se jim stalo přímo národní zálibou. Bylo pak už jen otázkou času, kdy si brusiči zkusí dát dvě čočky k sobě a objeví princip dalekohledu a mikroskopu. O dalekohled projeví okamžitě zájem vojáci a kapitáni námořních lodí; potřebovali na dálku zjistit národnost blížícího se korábu a ověřit, zda to není loď nepřátelská nebo dokonce pirátská. Jiné praktické použití dalekohled neměl. Až teprve zase Galileo obrátil dalekohled k nebi a způsobil tak převrat v astronomii. Je zajímavé, že přibližně v téže době si v Praze prohlížel dalekohledem Měsíc císař Rudolf II., místo toho, aby pozoroval pohyby tureckých vojsk. Ten to ovšem prováděl jako nadšený amatér a možná i náměsíčník. Posluchači z řad astronomů jsou obvykle trochu zaraženi, když jim vysvětlují, že dívat se dalekohledem na nebe je něco hrozně nepraktického, naivního a v podstatě dětinského.

V r. 1639 vydal první český fyzik Jan Marek Marci latinský spis o mechanice (*De proportione motus*) a v r. 1648 spis o duze (*Thaumantias liber*). V obou těchto spisech se odvolává na své dětské hry – fyzikálně zkoumá zákony cvrnkání kuliček a odraz plochých kaménků, tzv. „žabek“ na povrchu vody, ve své optice pak barvy tenkých vrstev při pouštění mýdlových bublin. Přitom se výslovně omlouvá, je

si vědom, že pouštět mýdlové bubliny je činnost, která přísluší spíše mladým chlapcům a je nedůstojná filozofa, ale co dělat, slouží-li to poznávání pravdy.

Charles Coulomb začal svůj fyzikální výzkum tím, že reagoval na výzvu francouzské admirality a začal se zabývat kroucením tenkých drátků a vláken. Šlo o to měřit magnetickou deklinaci a inklinaci, sílu působící na magnetickou střelku, která je otáčivě na takových vlákních zavěšena. Coulomba to přivedlo ke konstrukci torzních vah, které umožnily nejen objevit zákon elektrostatiky, ale později v modifikované podobě také změřit gravitační konstantu, tlak světla a další jemné mechanické síly. Na první pohled nemusí být jasná souvislost mezi kroucením drátku a univerzálními silami vesmíru, ale to už je logika vědy.

Fyzikové tedy nejsou filozofové, kteří by začínali hloubáním nad tajemstvím vesmíru a hledáním absolutních pravd. Jsou to v podstatě hračičkové, kteří házejí kaménky, hrají si s kyvadly, ponořují předměty do vody a váží je, cvrnkají kuličky, natahují pružinky, roztácejí dětské káči, házejí žabky, pouštějí mýdlové bubliny, kroutí provázky a občas se jim stane, že na nějakou „absolutní pravdu“ narazí.

## 2. Spiknutí a revoluce ve fyzice

Dějiny vědy obecně a fyziky zvláště jsou vlastně dlouhým, miliony let trvajícím procesem spjatým s vývojem člověka a lidské společnosti. Už pravěký člověk musel zkoumat štěpné vlastnosti nerostů, chování ohně nebo lom světla při přechodu přes vodní hladinu; jinak by nemohl harpunovat rybu. Každá historie je jednotou spojitého vývoje a náhlých skoků, kdy se vývoj rychleji posune kupředu a dostane se na kvalitativně vyšší úroveň.

Při zkoumání dějin fyziky sehrála vlivnou úlohu kniha Thomase Kuhna (1923 – 1996) *Struktura vědeckých revolucí*. Vyšla v nákladech přes milion výtisků v 25 jazycích. Kuhn, absolvent teoretické fyziky na Harvardu, se ovšem fyzikou nezabýval, zaměřil se na historii vědy a vydobyl si u některých recenzentů označení „jeden z nejvlivnějších myslitelů 2. poloviny 20. století“, „největší filozof 20. století“ apod. Vývoj fyziky vidí Kuhn v podstatě v jakémsi střídání období „normální vědy“, kdy fyzikové zkoumají a bádají v rámci jakéhosi přijatého obrazu světa, „skupinové dohody“, a pak období vědecké revoluce, kdy

je tento přijatý obraz zavržen a nahrazen jiným.

Pro takový přijatý obraz světa zavedl Kuhn dnes tak módní řecký termín *paradigma* (= vzor, příklad, předloha). Je zajímavé, že některým lidem stačí vymyslet slovo, a jsou přesvědčeni, že označený předmět musí existovat. Kuhn používá slovo *paradigma* ve své knížce více než 600 krát asi ve 20 různých významech (jako „konstelace víry skupin“, „sdílený vzorový příklad“, „paradigma geocentrizmu“, „Galileovo paradigma kyvadla“ aj.). Rektori Harvardu Conant, Kuhnův školitel, mu řekl: „Zamiloval jste si to slovo a chcete jím všechno vysvětlit“.

Někteří významní fyzikové, jako Gerard Holton nebo jinak velmi tolerantní Steven Weinberg, který Kuhna dobře osobně znal, však jeho koncepci dějin fyziky ostře odmítají, dokonce jako škodlivou. Kuhnova koncepce nahrává představě, že dané „paradigma“ není výsledkem objektivního zkoumání skutečnosti, ale jakési fanatické víry vlivné, často dokonce velmi malé skupiny fyziků, která nepřipouští odlišné názory, a že při další revoluci je toto „paradigma“ zcela odvrženo a nahrazeno novou dohodou. Podle Weinberga je to jakési „darwinistické“ chápání, kdy přežívají nejsilnější. Dalo by se podrobně diskutovat, že to není pravda, že v historii spolu často vedle sebe existovala různá „paradigmata“, např. „systém světa“ Ptolemaiov, Koperníkův, Braheův a Mikuláše Kusánského, a teprve nová a nová pozorovací fakta rozhodla o platnosti toho kterého z nich. Také bychom těžko mohli tvrdit, že moderní fyzika odvrhla Newtonovu mechaniku, když je tato mechanika základem výuky fyziky všech škol na světě.

Při zkoumání dějin čehokoliv vyvstává otázka periodizace. V případě fyziky se zřetelně rýsují dva mezníky: období vědecké revoluce 17. století, tedy zhruba rok **1600**, a nástup vědecké revoluce spojený se vznikem moderní, kvantové a relativistické fyziky symbolicky datované rokem **1900**. Obě tyto revoluce mají své odlišné společenské, historické, ekonomické a vědecké souvislosti, které zde nebudeme rozebírat. Rok 1600 je symbolickým mezníkem, kdy se v *Evropě* utváří fyzika jako věda založená na empirických poznatcích a měření a využívající nových matematických metod, vedle antické geometrie především diferenciálního a integrálního počtu. Jak nazývat fyziku (tenkrát chápanou jako filozofii přírody) od nepaměti do r. 1600? Byla to věda? Nebo „předvědecká“ fyzika? A co to vlastně znamená? Souhrn fyzikálních poznatků? Archimedova fyzika určitě vědou byla. Ve své publikaci

jsem použil termín „Stará fyzika“, ať už to znamená cokoliv.

I když ve středověké Evropě nedošlo k žádným významným fyzikálním objevům, v díle Rogera Bacona, Mikuláše Kusánského, Leonarda da Vinciho a dalších sílilo přesvědčení, ba dokonce nadšení z toho, že přírodu je nutno měřit a kvantitativní měření matematicky zpracovávat. Přitom ovšem nebylo jasné, co měřit (většina fyzikálních veličin ještě nebyla zavedena) a čím měřit. Pro přesnější měření byly k dispozici pouze úhломěrné přístroje předdalekohledové astronomie a rovno-ramenné váhy včetně Archimedových hydrostatických vah k určování hustoty látek. Délky a časové intervaly bylo možno určovat jen velmi nepřesně.

O charakteru vědecké revoluce, v níž se zrodila klasická fyzika jako experimentální věda, si můžeme učinit představu, uvědomíme-li si, že převážně v 1. polovině 17. století byly vynalezeny takové měřicí a pozorovací přístroje (a jejich četná postupná zdokonalení), jako je čočkový dalekohled, mikroskop, zrcadlový dalekohled, termoskop, termostát, barometr, aneroid, areometr, vývěva, tlaková nádoba, dasy-  
metr, kyvadlové hodiny, hodiny na péro, elektroskop, třecí elektrika, spektroskop, hygrometr, anemometr, ombrometr, helioskop, batometr, vodováha, irisová clonka, nitkový kříž, mikrometrický posun, různé převody otáčivého a postupného pohybu atd. Po více než tisíci letech, která uplynula od dob alexandrijské vědy, byly v 17. století objevovány, znovuobjevovány a vynalézány každým rokem nové fyzikální přístroje. K tomu připočteme nové oblasti matematiky, jako jsou analytická geometrie, infinitezimální počet, variační počet, poruchový počet, počet pravděpodobnosti, zavedení logaritmů a goniometrických funkcí a vědecká fyzika se mohla dále rozvíjet.

Také v období tří set let Klasické fyziky bychom mohli rozlišovat různá období, vytváření mechanistického a později elektromagnetického obrazu světa, různých názorů na atomy, éter a podstatu světla a postupný proces sjednocování přírodních jevů podřizujících se principům termodynamiky, zejména zákonu zachování energie jako veličiny propojující všechny oblasti fyziky. I když se zdálo, že fyzika už přírodu dostatečně prozkoumala, přetrvávaly některé rozpory, zejména pokud jde o pohyb těles ve světovém éteru, vyzařování těles, povahu nově objevovaných druhů paprsků – katodových, rentgenových a radioaktivních, vznik spektrálních čar, ale třeba i anomální stáčení perihélia Merkuru. Klasická fyzika nedokázala vysvětlit tyto jevy; někdy

se mluví o *krizi fyziky* nebo *krizi myšlení* na přelomu století. Mám pocit, že fyzika nebyla v krizi, fyzikální výzkum nestagnoval, naopak se rozjížděl naplno a fyzika hledala nové, obecnější a hlubší způsoby popisu a chápání přírody, zejména mikrosvěta. Tyto nové přístupy se nakonec ukázaly nenázorné, zdánlivě v rozporu se *zdravým lidským rozumem* (ZLR) a matematicky náročné.

Do krize se mohli dostávat jednotliví klasičtí fyzikové, jako třeba Ernst Mach, ale v některých otázkách i William Thomson nebo Dmitrij Mendělejev, kteří se nedokázali smířit s teorií relativity, atomizmem nebo představou o tom, že z nitra atomů vyzařuje obrovská energie. Nejlépe to ilustruje známý citát z vědecké autobiografie Maxe Plancka, klasika, který tuto krizi v sobě nakonec překonal: *Nová vědecká pravda se neprosazuje tím, že se její odpůrci dají přesvědčit, ale spíše tak, že odpůrci pomalu vymřou a dorůstající generace se s pravdou seznamuje hned na počátku.*

### 3. Měřiči a vizionáři

Staří řečtí filozofové si kladli otázku, co je vlastně zárukou pravdivosti našeho poznání přírody, zda údaje získané smyslovým pozorováním a měřením nebo důkazy logického uvažování a matematických výpočtů. Byli si vědomi toho, že naše smysly jsou nedokonalé, nemůžeme vidět podprahově malé předměty, slyšet příliš slabé zvuky. Atomy starých Řeků byly v podstatě logické konstrukce. Ani dnes, kdy můžeme zmnohonásobit citlivost našich smyslů různými komplikovanými přístroji, dalekohledy, mikroskopy a urychlovači, nemůžeme dosáhnout absolutní přesnosti měření, lapidárně řečeno na nekonečný počet desetinných míst, a ani naše počítače neumí s takovou přesností pracovat. Zároveň ale také víme (a i to si staří Řekové uvědomovali), zejména od dob Gödelových, že ani naše myšlenkové, logické konstrukce a systémy nemohou být samosvorné, bezrozporné, bez jakékoli vazby na experimentální fakta a reálnou zkušenost. Nezbyvá nám tedy než se smířit s tím, že naše poznání bude vždy neúplné, přesnost našich měření omezená a že náš mozek vyzbrojený znalostí matematiky dokáže na základě experimentálních měření přírodu na dané úrovni poznat, pochopit a využít. Už Einstein považoval za nejvíce nepochopitelné to, že příroda je pochopitelná.

Kdo ale chce přírodu pochopit, představit si ji? Experimentální

fyzik se ptá, jak daný jev co nejpřesněji změřit, teoretik, jak ho matematicky vypočítat a předvídat výsledek, inženýr, jak získané poznatky využít. Snaha nějaký přírodní jev skutečně pochopit je sice pochopitelná a může přinášet duševní uspokojení (nebo naopak frustraci), ale je to činnost, kterou se fyzikové mohou zabývat mimo pracovní dobu, kdy nejsou za svou práci placeni.

Pozitivisticky orientovaní fyzikové se vždy zajímali pouze o zjištění fakta a ne o to, co je případně za ním. Může se zdát překvapující, že první laureát Nobelovy ceny za fyziku a velký dobrodinec lidstva Wilhelm Röntgen se v podstatě vůbec nezajímal o to, co to rentgenové paprsky jsou. V dopise příteli napsal: *Jaké povahy ty paprsky jsou, je mi zcela nejasné; pátrání po tom, jde-li opravdu o podélné světelné paprsky, přichází pro mě v úvahu až v druhé řadě. Hlavní věci jsou skutečnosti.*

V typologii fyziků v průběhu historie můžeme najít dva krajní protipóly, které nazývám „měřiči“ a „vizionáři“. Měřiči provádějí pracná a svědomitá měření, usilují o maximální možnou přesnost a jejich sebeobětování jde tak daleko, že jsou ochotni věnovat deset let svého života tomu, aby zpřesnili jedno další desetinné místo. Představují kotvu, která drží fyziku u země a v rámci možnosti udávají kriteria pravdivosti našeho poznání. Jsou to realisté a zpravidla už nemají čas ani zájem pouštět se do fantastických teorií a abstraktních úvah.

Vizionáři naopak fyziku okřídľují, dodávají vítr do jejích plachet. Pracují s intuicí, fantazií a plodí „šílené“ myšlenky. Nobelovu cenu ale nedostanou dřív, dokud měřiči jejich závěry nepotvrdí. Typickým historickým příkladem této situace je vztah Tychona Brahe, Giordana Bruna a Johannese Keplera. Brahe byl typický „měřič“, který dosáhl největší možné přesnosti pozorování pouhým okem před vynálezem dalekohledu (až 1') a byl zavalen tisíci a tisíci naměřenými údaji o pohybu planet. To z něj podle Keplera sice činilo největšího boháče, ale Brahe si se svými čísly nevěděl rady. Bruno nebyl astronom a neprováděl pozorování, ale byl to vizionář v pravém smyslu slova, jaké rodila evropská renezanace. Ve své fantazii viděl vesmír jako trojrozměrný, s hvězdami rozloženými do hloubky, hvězdy považoval za slunce, jako je naše a představoval si, že kolem nich obíhají planety podobné naší Zemi a na nich žijí bytosti možná šťastnější než jsme my.

Brahe ovšem takovými Brunovými vizemi opovrhoval, protože ještě nedokázal změřit paralaxu stálic. Budoucnost ale nakonec dala v pod-

statě vizionáři za pravdu, možná až na ty šťastnější bytosti. Protiklad mezi těmito krajními polohami symbolizuje Kepler, založením také vizionář, který se ale pak pevně opřel o Braheova měření a odvodil zákony pohybu planet. Vytvořil nebeskou kinematiku, která později umožnila Newtonovi najít gravitační zákon. Kdyby přitom Brahe měřil jen o jeden řád méně přesně, nemohl by Kepler zjistit správný tvar trajektorie pohybu Marsu a odvodit své zákony.

Přímo fanatickým měřičem nové doby byl americký fyzik narozený v pruské části Polska Albert Abraham Michelson. V r. 1880 se mu podařilo změřit rychlost světla metodou rotujících zrcadel s přesností  $10^{-5}$ . Trvalo mu dalších 42 let, než dosáhl o dva řády vyšší přesnosti. Při svých posledních experimentech ve 20. letech 20. století provedl na 3000 experimentů, při nichž světlo procházelo evakuovanou trubicí délky 1,5 km mezi vrcholky hor Mt. Wilson a Mt. San Antonio. Dnešní měření za pomoci laserové techniky udávají rychlost světla s přesností  $10^{-9}$ ; je to vlastně nejpřesněji známá základní fyzikální konstanta. Proslulý Michelsonův – Morleyův pokus, který měl prokázat pohyb Země světovým éterem, vyžadoval přesnost  $10^{-8}$ . Mnohem větší přesnosti však bude třeba dosáhnout na velkých interferometrech, které mají detekovat příchod gravitačních vln z vesmíru (GEO 600, LIGO, VIRGO).

Michelsonovým protipólem byl vizionář Einstein, který se se světovým éterem vypořádal teoreticky, aniž by se přitom musel opírat o negativní výsledek Michelsonova – Morleyova experimentu. Oba fyzikové, velikán experimentátor a velikán teoretik, se spolu sešli jen jednou, v r. 1931, několik měsíců před Michelsonovou smrtí, v Pasadeně v Kalifornii. Vyznali si vzájemnou úctu, ale příliš si neporozuměli. Michelson nikdy nepřijal teorii relativity, i když podle obecného mínění je na jeho experimentu založena, a Einstein si zas podle svých slov ani nemohl vzpomenout, jestli si při formulaci teorie relativity výsledek Michelsonova experimentu vůbec uvědomoval.

Moderní fyzika zrodila mnoho dalších geniálních vizionářů, k nimž patří namátkou de Broglie, Pauli, Dirac, Feynman nebo Weinberg. Měřiči to mají dnes ovšem mnohem komplikovanější. Jejich aparatury, urychlovače, detektory, interferometry jsou stále náročnější a nákladnější.

#### 4. Hypotheses non fingo

Základní metodologický princip fyziky zformuloval lapidárním způsobem Isaac Newton v tzv. Generálním scholiu svého spisu „Principia mathematica philosophiae naturalis“ v r. 1687. Newton matematicky zformuloval svůj gravitační zákon, ale odmítl spekulovat o podstatě gravitace a o způsobu, jakým se gravitační síly přenášejí. „Hypotheses non fingo“, „Hypotézy nevytvářím“ prohlásil. Tento výrok ve své stručnosti může být zavádějící; Newton jistě neměl na mysli, že bychom si nemohli zformulovat jednu nebo několik hypotéz a pak se je snažit experimentálně ověřovat. Měl na mysli hypotézy jako myšlenkové konstrukce nebo představy bez opory v experimentu. Víme, že Slunce působí obrovskou silou na planety vzdálené stovky milionů kilometrů, ale obtížně si umíme představit, čím je tato síla zprostředkována.

Descartes se domníval, že v meziplanetárním prostoru musí působit nějaké „éterové víry“, které planety obtácejí. Ale to právě Newton ve svém spise přesvědčivě vyvrátil a vesmírný prostor vyprázdnil. Francouzský filozof Voltaire napsal, že jak Descartesovy víry, tak Newtonovu všeobecnou gravitaci v prázdném prostoru si těžko umíme představit. Nevím, jestli by si Voltaire uměl lépe představit dnešní koncepcie gravitace jako důsledek zakřivení prostoročasu nebo jako výměnu gravitonů jako kvant gravitačních vln. Věc je ovšem v tom, že se příroda málo stará o to, jestli si něco umíme představit nebo ne, a to si Newton dobře uvědomoval. *Nám stačí, napsal že gravitace reálně existuje a že působí podle zákonů, které jsme vysvětlili a že srchované stačí k vysvětlení všech pohybů nebeských těles i našeho moře.*

V podstatě stejným způsobem postupoval i Einstein, když se snažil vypořádat s nepochopitelnými vlastnostmi světelného éteru. Po celá staletí si fyzikové snažili představit vlastnosti této hypotetické látky, nehybné a zaplňující celý vesmír (!) nebo strhávané pohybujícími se tělesy, v níž se měly údajně šířit ať už podélné nebo příčné světelné vlny. Michelson položil otázku, zda rychlost, resp. optická dráha těchto vln závisí na rychlosti zdroje a svým experimentem na ni odpověděl záporně. Einstein si éter, který stejně nebyl nikdy experimentálně pozorován, nijak představovat nesnažil. Vyšel z experimentálně dobře potvrzených Maxwellových rovnic, z nichž plyne, že rychlost světla na rychlosti zdroje nezávisí, a *postuloval*, že rychlost světla ve vakuu je



ve všech inerciálních soustavách stejná.

Tento Einsteinův postulát se stal výchozím pro formulaci speciální teorie relativity (STR). O éteru ani slovo. Fyzikové nechovají vůči éteru nějaké nepřátelství, ale prostě ho nepotřebují. Stejně jako Laplace kdysi v rozhovoru s Napoleonem prohlásil, že nepotřeboval hypotézu Boha. Studenti i různí zájemci se stále občas ptají, jak je možno si vysvětlit, že rychlost světla se s rychlostí zdroje nesčítá, resp. proč se těleso, které je zdrojem světla, nemůže pohybovat rychlostí  $c$ ? Odpověď je jednoduchá, i když možná trochu drsná – je to postulát. Postulát se nevysvětluje, nedokazuje. Einstein uváděl, že pochopit tento postulát je tak trochu jako pochopit, proč se nedá jezdit na hřbetu tygra. Z Einsteinova postulátu však vyplývají četné důsledky, které jsou jako by v rozporu se zdravým lidským rozumem (ZLR). No a? Nebráním studentům, aby se divili speciální teorii relativity. Stačí se však divit jen jednou. Podívám-li se Einsteinovu postulátu a přijmu ho, pak už se nesmím divit ničemu, co z něho plyne.

Středověcí astronomové vycházeli z hypotézy, že planety jsou upevněny na soustavě křišťálových sfér, otáčejí se s nimi a vyluzují lahodnou hudbu. I Kepler z této hypotézy vycházel a opájel se symetrií těchto sfér, zatímco bouřlivák Bruno označil tuto představu za nápad „duševních chudáků“. Brahova měření pohybu komety hypotézu křišťálových sfér vyvrátila a spolu s Keplerovými výpočty dokázala, že planety se pohybují po eliptických trajektoriích.

Když koncem 1. desetiletí 20. století Rutherford objevil atomové jádro a určil jeho rozměry, ukázalo se, že např. atom vodíku představuje relativně obrovský „prázdný“ prostor, v němž by se měl pohybovat jeden elektron. Rutherford byl experimentátor a hypotézy skutečně nevymýšlel. Problém pohybu elektronu přenechal svému doktorandovi Bohrovi. Nabízela se samozřejmě analogie Newtonova gravitačního zákona a Coulombova zákona a pohyb elektronu „kolem“ jádra jako planety kolem Slunce. Bohr, později se Sommerfeldem, tento planetární model atomu deset let rozvíjel. Aby bylo možno vysvětlit zákonitosti spektrálních čar atomu vodíku, bylo nutno zkombinovat klasický pohyb elektronu po elipsách s podmínkami plynoucími z kvantové fyziky. Bohr se stal váženým profesorem, aspiroval na Nobelovu cenu a v r. 1920 přednášel na prestižní Göttingenské univerzitě.

Tehdy za ním přišli dva mladí studenti, Pauli a Heisenberg a upozornili pana profesora, že hypotézu o jeho hýčkaných eliptických tra-

jektoriích elektronů (které nikdo nikdy nepozoroval) fyzika *nepotřebuje*, že tyto trajektorie vlastně neexistují! Jediné, co lze pozorovat jsou frekvence a intenzity vyzařovaných spektrálních čar, což jsou jakési soubory čísel, z nichž lze vytvořit matematické objekty zvané matice a novou, maticovou podobu kvantové mechaniky. Bohrovi slouží ke cti, že argumenty mladých studentů uznal a na dalším rozvíjení kvantové mechaniky, ať už maticové nebo vlnové, se podílel.

Bohr se svou tzv. kodaňskou interpretací se stal později terčem kritiky některých filozofů, ale třeba i Einsteina, že chápe zákony mikrosvěta pouze ve vztahu k určitému pozorovateli, subjektivně, a že zveličuje úlohu pravděpodobnosti, a tedy vlastně nepoznatelnosti skutečného stav věcí. Bohr na to nakonec odpověděl při své poslední návštěvě Sovětského svazu v r. 1961: *Výsledky výpočtů kvantové mechaniky jsou v soulase s výsledky experimentů? Co chcete víc?*

Na základě matic, případně vlnové funkce, si ovšem atom nelze dost dobře představit, natož ho namalovat. Proto si stále atom zobrazujeme jako soubor eliptických orbit, v jejichž ohnisku je jádro. Potřebují to především grafikové, kteří mají vytvářet loga a dopisní papíry různých atomových institucí a konferencí. Atom tak ovšem nevypadá. Nebo že by přece jenom aspoň trochu?

## 5. Nepochopitelnost a nenázornost fyziky

Laikové (míněno nikoli v pejorativním smyslu), kteří se o fyziku zajímají, chtěli by ji pochopit a případně reformovat, narážejí na bariéru matematiky. Je to podobná situace, jako když hudebně neškolený člověk rozevře partituru Beethovenovy symfonie nebo nearcheolog si prohlíží babylonskou klínopisnou tabulku a snaží se z nich něco vyčíst. Na rozdíl od nehudebníka a nearcheologa však někteří nefyzikové jsou iritováni a obviňují fyziky z naschválu. Fyzikové si prý vymysleli matematický formalismus, aby jim nikdo jiný nemohl porozumět, je to vlastně součást jejich dohody a spiknutí.

V souvislosti se znalostmi matematiky velké části absolventů našich základních a středních škol nepřekvapuje zkušenost nakladatelů, že knížka, která obsahuje nějaký matematický vzorec, třeba složený zlomek, má poloviční odbyt. Výjimku tvoří Einsteinův vztah  $E = mc^2$ , který není považován za matematický vzorec, ale jakýsi kultovní výraz a může se objevovat kdekoli a v neomezeném počtu.

Sice už Platon varoval před vstupem do Akademie každého, kdo neovládá geometrii, Roger Bacon, Kusanus, Leonardo da Vinci a další považovali za nejdůležitější nástroj k poznávání přírody právě matematiku a Kant prohlašoval, že každá věda je do té míry vědou, kolik je v ní matematiky. Ve skutečnosti ovšem ani Platon ani Vinci matematiku nijak zvlášť neovládali.

Ve druhé polovině 19. století se protiklad, resp. neporozumění mezi matematickými fyziky a pilnými experimentátory začal vyhrocovat. Známé je vyjádření samotného Einsteina o tom, jaké měl potíže s matematikou. Pracemi Gausse, Riemanna, Hamiltona, pak Hilberta a dalších udělala matematika obrovský krok kupředu. Jestliže Newtonovy zákony síly a gravitace se daly vyjádřit „třípísmenkovými“ výrazy, potřeboval Maxwell k popisu elektromagnetického pole skoro dvacet partiálních diferenciálních rovnic a formalizmus kvaternionů. Maxwellovy rovnice, ty znaky, které snad napsal sám Bůh, jak se o nich vyjádřil Boltzmann parafrázuje Goethova Fausta, většina fyziků nepřijala (tj. nepochopila) a William Thomson je odmítal jak známo ještě počátkem 20. století. Kdyby byl Hertz včas experimentálně neobjevil elektromagnetické vlny a nenastartoval tak vznik radiotechniky, byla by Maxwellova teorie ještě dlouho považována za jakýsi elegantní intelektuální výtvar matematika.

Teorie relativity si pak ovšem vyžádala neeukleidovskou geometrii a tenzorovou analýzu, kvantová mechanika maticový počet a rovnice matematické fyziky, popis vlastností částic teorii grup. V r. 1920 si staříčkový Röntgen povzdech: *Stále mi nechce jít do hlavy, že musí člověk používat tak zcela abstraktních úvah a pojmů, aby vysvětlil přírodní jevy.*

Bez matematiky je skutečně nemožné jevy v mikrosvětě popsat a předvídat výsledky experimentů. Snaha používat „zdravý lidský rozum“ a analogie z naší denní zkušenosti může vést jen k nedorozumění a frustracím. Fyzika jako přírodní věda je zároveň poetická, krásná a tak trochu šílená. Už Newtonovo zjištění, že Měsíc stále padá na Zemi, se zdá být nesmyslné a mohou ho přijmout jen fyzikové a možná ještě básníci. O problémech s přijetím závěrů speciální teorie relativity vycházejících z Einsteinova postulátu stálosti rychlosti světla jsme se zmínili.

Moderní fyzika přinesla nový pohled na charakter částic – korpuskulárně vlnový dualizmus. Představit si, že elektron je zároveň čas-

tice a zároveň vlna, neumíme – v běžném životě se s ničím takovým nesetkáváme. Navíc je otázka, co se vlastně „vlní“ – pravděpodobnost? Na druhé straně vlnové vlastnosti elektronu (a dalších částic) byly experimentálně potvrzeny na přelomu 20. a 30. let minulého století Davissonem, Germerem a Pagetem Thomsonem. Jako ilustrace šílenosti fyziky (nebo fyziků?) se uvádí, že objevitel elektronu, velký J. J. Thomson, dostal v r. 1906 Nobelovu cenu za to, že dokázal, že elektron je částice, a v r. 1937 jeho syn Paget Thomson, dostal Nobelovu cenu za to, že dokázal, že elektron není částice, ale vlna. Takovéto úvahy a experimenty bychom mohli považovat za absurdní intelektuální hrátky fyziků, které nemají s praktickým životem nic společného. Opak je ale pravdou. Na základě vlnových vlastností elektronů zkonstruoval už v r. 1931 Ruska elektronový mikroskop a v r. 1981 Binning a Rohrer tunelovací mikroskop a vznikla i řada dalších přístrojů. Elektronové mikroskopy umožnily pozorovat viry, zkoumat nitro buněk živých tkání, číst genomy, odhalovat mikroskopické vady materiálů a dokonce pozorovat jednotlivé atomy. Kdyby nebylo šílené fantazie fyziků, nemohli bychom dnes léčit některé nemoci, budovat vysoce namáhané strojní součásti, identifikovat osoby a usvědčovat zločince.

Existuje celá řada dalších představ a koncepcí moderní fyziky, které jsou z hlediska naší životní zkušenosti nepřijatelné a iritující. Spin elektronu si lidé automaticky představují jako rotaci dětského vlčku. Věc je ovšem mnohem subtilnější. Elektron není tuhá kulička jako vlček, může „rotovat“ jen s určitými orientacemi osy a vlastně vůbec nejde o pohyb elektronu v prostoru. Jak ukázal Dirac, je to kvantově relativistický jev, jakési vnitřní kvantové číslo. To už se představuje hůř, a přece celé bohatství vlastností atomů a chemických prvků je na něm založeno.

Náš rozum se také těžko smiřuje s představou o nerozlišitelnosti částic v mikrofyzičce. Všechny elektrony jsou stejné, všechny atomy vodíku jsou stejné, a nelze je od sebe rozeznat. Potvrzuje to kombinatorika a statistické vlastnosti souborů částic. V denním životě se s ničím takovým nesetkáváme. Neexistují dva úplně stejní lidé, dva úplně stejné listy stromu. I když chápeme, že cihly musí mít normalizované rozměry, abychom z nich mohli stavět zeď, přece jen je můžeme označit, očíslovat a při porovnávání dvou cihel najdeme alespoň malé rozdíly. Jak velký musí být soubor atomů nebo molekul, aby už získal

individualitu? To je vzrušující otázka.

Popularizovat výsledky a výzkumné programy moderních fyziků je obtížné a často vede ke zkresleným představám. Lidé se už spřátelili s elektrony v elektronice, fotony ve fotobuňkách a obrazovkách televizorů, neutrony v jaderných reaktorech. Znají lékařské vyšetřovací metody pomocí záření gama a jaderné magnetické rezonance. Zkoumání reakcí kaonů nebo kvarků, případně hledání Higgsových bosonů žádné představy nevyvolává. A přitom jde o nákladné projekty a drahé urychlovače, které musí financovat celá společnost, „daňoví poplatníci“. Jak se kdysi vyjádřil sovětský fyzik Arcimovič (a byl za to popotahován), *věda je způsob, jak uspokojovat zvědavost vědců za státní peníze.*

Veřejnost je ochotna investovat velké finanční prostředky, jde-li např. o výzkum směřující k získávání nových druhů energie, nebo jde-li o výzkum vesmíru. Vesmír s jeho tajemstvími, pátrání po neznámých signálech, hledání exoplanet a mimozemských civilizací, lidi kupodivu stále láká a zajímá, chtějí vědět, co se stane s naší Zemí za miliony a miliardy let. I když z hlediska řešení problémů naší dnešní civilizace to asi není příliš praktické. Je v tom zřejmě kus romantiky a možná atavizmu, vždyť člověk rodu Homo se dívá na oblohu už několik milionů let. K financování „velké vědy“ přispívá i vědomí, že jde o špičkovou techniku a technologii, která může být využita i při řešení jiných veskrze praktických problémů. Na financování fyziky se podílí bohužel i zájem vojenských a zbrojařských kruhů, ale tak tomu bylo ostatně i v minulosti vždy. Už Archimedes byl inspirován k řadě svých vynálezů potřebami obrany Syrakus.

Největším a nejnákladnějším (8 miliard dolarů) dnešním experimentálním zařízením je velký urychlovač LHC (Large Hadron Collider) v CERNu v Ženevě. Urychlovací prstenec o průměru 8,5 km je umístěn 100 metrů pod zemí, supravodivé magnety s vinutím ze slitiny niobu a titanu jsou chlazeny tekutým heliem na teplotu 1,9 K a měření zajišťují detektory velikosti mnohapatrového domu (ATLAS, CMS, ALICE, LHCb). Urychlovač bude dodávat částicím energii 15 bilionů elektronvoltů a bude tak simulovat i některé procesy, které probíhají ve vesmíru. Krátce po slavnostním spuštění na podzim 2008 musel být urychlovač bohužel opět odstaven. „Lidský faktor“ způsobil poruchu chlazení supravodivých magnetů.

Ve Spojených státech amerických byl projektován a v letech 1983

– 1993 vlastně budován ještě asi pětkrát větší a nákladnější urychlovač známý pod zkratkou SSC. Jeho prstenec měl mít průměr 28 km a energie částic měla dosahovat 40 bilionů elektronvoltů. Po deset let americký Kongres a střídající se prezidenti vyjadřovali projektu podporu a pak zase jeho financování omezovali. Nakonec, když už byla značná část urychlovače vybudována, stáli američtí kongresmani před rozhodováním, zda uvolnit prostředky na kosmický projekt odvrácení dopadu velkého kosmického tělesa na Zemi nebo na urychlovač SSC, kde měly být hledány Higgsovy bosony. Každý, zejména pokud sleduje katastrofické filmy, si dovede představit následky dopadu planety na Zemi. Ale přes veškerou osvětu fyziků se kongresmani pro Higgsovy bosony příliš nenadchli a projekt byl ukončen.

## 6. Fyzika na prahu tisíciletí

Každé dějiny, a tedy i dějiny fyziky, mají-li být dovedeny do současnosti a na práh budoucnosti, se dostávají do složité situace. Fyzika už není tím, co bývala. Místo házení kamínků a kroucení drátků, objevů neznámých paprsků v šeru laboratoří, jak je prováděl Röntgen, paní Curieová nebo Rutherford na laboratorním stole, nastupují dnes složité aparatury, počítače a týmy stovek fyziků a inženýrů. I když možná ani kamínky a drátky ještě neřekly poslední slovo. Co si má ale historik, který sleduje osudy a přínos jednotlivých fyziků počít s články, které na několika stránkách popisují nový objev a dalších několik stránek uvádí seznam spoluautorů a spoluobjevitelů!

Dnešní fyzika se smířila s tím, že náš svět je kvantový, „zrnitý“ a relativistický a vytvořila tzv. *standardní model* světa částic, který je zatím v souladu s experimentálním poznáním. Poznání fyzikálních jevů na Zemi a ve vesmíru jdou ruku v ruce (ostatně jako už za Galilea a Keplera), fyzika nekonečně malého je propojena s fyzikou nekonečně velkého, pronikání do hlubin hmoty a dalek vesmíru je zároveň pronikáním do hlubin času. O Nobelovy ceny se víceméně střídavě dělí částicovní fyzikové a astrofyzikové.

Na přelomu epoch bychom se mohli opět ptát, zda fyzika není v nějaké krizi, zda nestojí nad rozpory v nových experimentech neřešitelných v rámci stávajících teorií. Není. Teorie elektroslabých sil a předpověď existence intermediálních bosonů byly neuvěřitelně náročnými experimenty potvrzeny, stejně jako předpovědi o struktuře

hadronů a vlastnostech kvarků. Ke svému úplnému štěstí by částicovní fyzikové potřebovali ještě odhalit výše zmíněné Higgsovy bosony.

Neznamená to samozřejmě, že by fyzika už všechno věděla, právě naopak. Ukazuje se, že známe jen malou část hmoty vesmíru, totiž jen hmotu vyzařující, baryonovou; méně už víme o kosmických neutrínech. Nevyzařující temná hmota a temná energie, gravitující, případně antigravitující, nám zůstává skryta. Vzrušující jsou otázky o vlastnostech vakua a časoprostoru v silných gravitačních polích. Fyzika usilovně pracuje nad kvantovou teorií gravitace, budují se detektory gravitačních vln, o jejichž existenci nás zatím přesvědčuje jen chování některých vesmírných objektů, zejména dvojhvězd tvořených velmi hmotnými komponentami.

Jak známo, na počátku 20. století William Thomson ve své přednášce v Královském institutu v Londýně zformuloval dva problémy, které klasická fyzika nedovedla vyřešit, problém světového éteru a záření absolutně černého tělesa a označil je jako dva malé „obláčky“ na jinak čistém fyzikálním nebi. Z obou obláčků se pak jak známo pořádně zablýsklo a zrodila se relativistická a kvantová fyzika. Ruský fyzik V. L. Ginzburg, laureát Nobelovy ceny, se na konci minulého století také pokusil vytipovat nevyřešené problémy fyziky, našel jich 30, ale připustil, že jejich výběr může být subjektivně ovlivněn. Tyto problémy nejsou však skutečnými obláčky, znepokojivými rozpory, jsou to prostě oblasti, které fyzika ještě nemá prozkoumány, případně úkoly, které před ní v novém tisíciletí stojí. Tak vedle ověřování standardního modelu, kvantové teorie gravitace a již zmíněného problému temné hmoty vesmíru tam najdeme problém realizace řízené termojaderné reakce, využití vysokoteplotní supravodivosti, využití vlastností nanostruktur a další. Kupodivu jako jediná skutečná záhada to vystupuje dávný a stále aktuální problém kulového blesku.

Kdyby fyzika měla projít nějakým novým myšlenkovým převratem, bylo by zřejmě třeba, aby se její myšlení povzneslo na vyšší stupeň šílenosti a absurdity. To by ovšem chtělo nového Einsteina. V hojně diskutovaném článku, který vyšel r. 2005 v časopise *Physics Today*, si americký fyzik L. Smolin klade otázku, zda by se dnes mohl nový Einstein objevit. Dospívá k závěru, jistě subjektivnímu, že nikoliv. Argumentuje, že způsob fyzikálního výzkumu a výuky je dnes zcela jiný než dříve. Výzkum probíhá v hierarchizovaných týmech, je vázán systémem plánování a grantů a prostor pro uplatnění nespou-

tané individuality skoro není. Zmiňuje, že jak Newton, tak Einstein nebyli za své objevy placeni, neměli žádné vedoucí, v podstatě nebyli ani pilnými studenty. Jeden z nich objevil svůj gravitační zákon na zahradě pod stromem, druhý u pultíku při práci v patentovém úřadě. V každém případě se zdá, že doba pro nové Einsteiny ještě nenastala.

To je několik úvah, které se člověka zmocňují nad dějinami fyziky. Omlouvám se, pokud jsem některá tvrzení formuloval poněkud zjednodušeně a sugestivně. Bylo to úmyslně.

*Věnováno výročí sta let od narození Lva Davidoviče Landaua (1908 – 1968)*



# MATEMATICKÁ ČÁST

## RICHARD FEYNMAN O VÝUCE MATEMATIKY

MICHAL LENC

*Nevěřím názoru, že matematiku je schopno pochopit jen pár podivínů, kdežto zbytek světa je normální. Matematiku vymysleli lidé a není tak komplikovaná, aby ji lidé nedokázali pochopit. [1]*

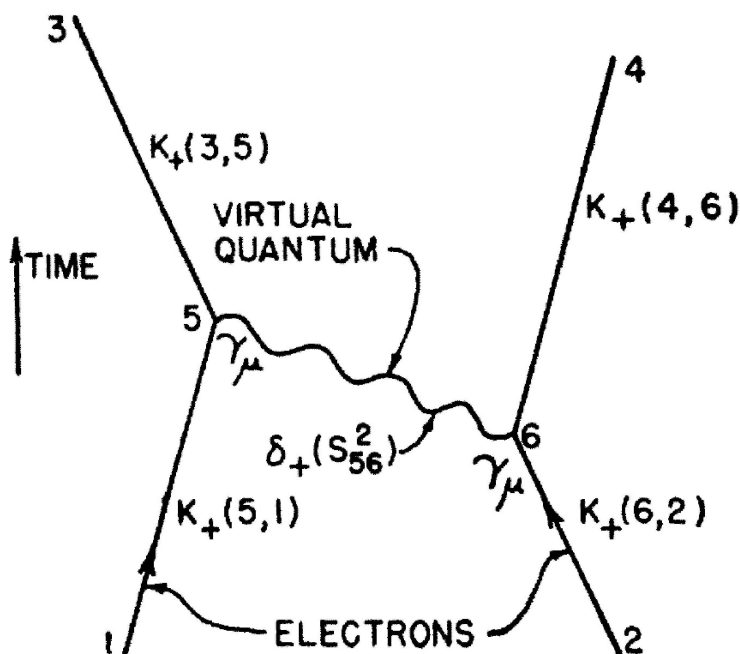
### Feynmanovy diagramy

Richard Phillips Feynman (11. května 1918 – 15. února 1988) byl vynikajícím teoretickým fyzikem, který v roce 1965 (společně s Sin-Itiro Tomonagou a Julianem Schwingerem) obdržel Nobelovu cenu za „zásadní práci v kvantové elektrodynamice s dalekosáhlými důsledky ve fyzice elementárních částic“. Široké vědecké veřejnosti je znám jako autor učebnice *Feynmanovy přednášky z fyziky* [2]. Mnoha vydání a vynikajícího přijetí se dočkal soubor jeho příběhů *To snad nemyslíte vážně*,



*pane Feynmane!* [3]. V uvedených i v mnoha dalších publikacích (např. v [4]) se Feynman vyjadřuje k významu matematiky obecně, ke vztahu fyziky a matematiky a také ke způsobu výuky matematiky. Uvedu několik příkladů, podrobně se pak budu věnovat jednomu méně známému Feynmanovu článku. Nejprve bych však v krátkosti připomněl Feynmanův neocenitelný příspěvek k moderní teoretické fyzice – Feynmanovy diagramy.

Feynmanovy diagramy představují nový jazyk, kterým se nyní vyjadřují fyzikové pracující v nejrůznějších oblastech, i když byly Feynmanem původně vynalezeny pro popis dějů v kvantové elektrodynamice. Na obrázku je první publikovaný diagram – základní interakce mezi dvěma elektrony [5]. Jako úvod do hlubšího studia QED neznám lepší materiál, než poměrně útlou Feynmanovu knihu [6], která byla napsána již před padesáti lety (poprvé jsem si ji koupil v „pirátském“ ruském vydání jako student v roce 1965 za 6,70 Kčs – nevím, zda by si dnes studenti tuto brožovanou knížku byli ochotni poříditi za 1200 Kč).



## Charakteristické citáty

*Nedostatek místa nám nedovoluje diskutovat o vztahu fyziky k technickým vědám, průmyslu, společnosti a válce, nebo dokonce o nejpozoruhodnějším vztahu mezi matematikou a fyzikou. Z našeho hlediska není matematika vědou v tom smyslu, že by byla přírodní vědou. Zkouškou její platnosti není experiment. Musíme však hned na začátku zdůraznit, že není-li něco věda, nemusí to být nutně špatně. Například láska není věda. Jestliže tedy o něčem řekneme, že to není věda, neznamená to, že je v tom nějaká chyba; prostě – není to věda. [2]*

*Po téhle zkušenosti jsme si Tukey a já uvědomili, že to, co se odehrává různým lidem v hlavě, i když si myslí, že dělají tu samou věc – něco tak jednoduchého jako je prosté počítání – je různé pro různé lidi ... Často na to myslím, zvláště tehdy, když přednáším nějakou esoterickou matematickou techniku, jako třeba integrace Besselových funkcí. Když vidím ty rovnice, vidím písmena barevně – sám nevím proč. A když pak vykládám, vidím matně obrázky Besselových funkcí z Jahnkeho a Kamkeho tabulek, se světle hnědými j, mírně modrofialovými n a tmavě hnědými x poletujícími okolo. A přemýšlím, jak to asi k čertu vypadá pro studenty. [7]*

*Abych to shrnul, použiji Jeansových slov. Řekl, že „Velký Architekt bude zřejmě matematikem“. Pro ty, kdo neznají matematiku, je totiž obtížné porozumět skutečnému pocitu nad nejhlubší krásou přírody. C. P. Snow mluvil o dvou kulturách ... Je škoda, že to musí být právě matematika, která je pro mnoho lidí tak těžká ... Fyzika se nedá převést do jiného jazyka. Chcete-li se dozvědět něco o přírodě a obdivovat ji, musíte porozumět jazyku, kterým mluví. Příroda nám nabízí informace pouze v jedné formě. A my nejsme tak nafoukaní, abychom po ní žádali změnu jazyka, jímž promlouvá dříve, než jí vůbec začneme naslouchat ... ani sebelepší argumenty nepomohou těm z té „druhé kultury“ porozumět přírodě ... Možná jsou přesvědčeni o opaku, ale pak je to asi tím, že mnozí jsou schopni si představit, že středem vesmíru je člověk. [4]*

*Když víte, o čem mluvíte – že některé symboly označují síly, jiné hmotnosti, setrvačnost atd., můžete užít zdravého rozumu, zkušenosti. Různé věci jste již viděli a víceméně víte, jak bude jev probíhat. Ale chudák matematik si to přeloží do rovnic, a protože symboly pro něj nic neznamenají, nemá jiného průvodce než přesnou matematickou*

*přísnost a opatrnost. Fyzik, který víceméně ví, jaký vyjde výsledek, může část uhodnout a pokročit podstatně rychleji. Matematická přísnost a velká přesnost není ve fyzice příliš užitečná. Rozhodně bychom však neměli matematiky za tento postup kritizovat, protože tak mohou získat něco velmi užitečného i pro fyziky. Dělalí svoji práci. Jestli chcete něco jiného, udělejte si to sami. [4]*

*Matematika [v článku] není zcela uspokojivá. Nebyl ani učiněn pokus o zachování matematické rigoróznosti. Omluvou je nikoliv to, že by bylo snadné rigorózní výpočet provést. Právě naopak, lze se domnívat, že převedení metody na rigorózní základ může být velmi obtížnou úlohou, překračující autorovy schopnosti. [8]*

### Zásadní článek

Roku 1965 vyšel v březnovém čísle časopisu Caltechu Engineering and Science Feynmanův článek *Nové učebnice pro „novou“ matematiku* [9]. Týká se problémů spojených s výukou matematiky na základních školách, spojených se zaváděním tzv. „nové“ matematiky do učebních plánů. Připadá mi však, že identické problémy jsou spojeny s výukou matematiky na našich středních a vysokých školách i dnes (tam přirozeně s výjimkou studia odborné matematiky) – jen uváděné příklady by byly jiné. Poněvadž článek je volně dostupný (níže uvádím internetovou adresu), omezím se jen na stručnou (avšak subjektivní) charakteristiku závěrečných odstavců (celý Feynmanův článek má kromě

**ENGINEERING  
AND SCIENCE**

*March 1965, Vol. XXVIII, No. 6*

**NEW TEXTBOOKS**

**FOR THE “NEW” MATHEMATICS**

*by Richard P. Feynman*

úvodu jedenáct odstavců). Článek měl minimální odezvu, ale kdo by vlastně měl reagovat? A má smysl v našich poměrech si Feynmanovy názory připomínat, když na mnoha školách jde už i o pouhé zachování výuky matematiky ve smysluplném rozsahu? Nicméně, zde je ona stručná charakteristika s názvy odstavců:

#### *Ponechání volnosti*

V předchozích odstavcích článku Feynman až do nejmenších detailů rozebírá různé způsoby řešení jednoduchých úloh na sečítání. V tomto odstavci úvahy zobecňuje a zdůrazňuje význam ponechání volnosti při řešení úloh. Upozorňuje na to, že při běžné výuce vzniká dojem, jakoby pro každý problém existovala jedna určitá metoda řešení, což je pravda pouze pro ty nejjednodušší úlohy. Pro složitější úlohy, které musíme ve skutečnosti řešit, žádná taková metoda není, a jedním z nejlepších způsobů řešení složitých algebraických rovnic je metoda pokusu a omylu. (Pokud by se někomu zdálo toto Feynmanovo tvrzení přehnané, stačí si připomenout jakoukoliv z numerických metod.)

#### *Slova a definice*

Feynman zde zdůrazňuje, že je snadné vytvořit iluzi znalostí tím, že učíme technická slova běžná v dané disciplíně, která navíc pro obyčejné uši znějí neobvykle, aniž zároveň učíme myšlenky či skutečnosti, jež tato slova potřebují. Mnoho učebnic obsahuje takové nesmysly – pečlivě a přesně definovaná slova užívaná čistými matematiky při jejich jemných a obtížných analýzách a již nikým jiným. Podle Feynmana by výklad měl naopak obsahovat slova co nejbližší běžně užívanému jazyku, nebo alespoň tedy jazyku uživatelů matematiky v přírodních vědách nebo technice. Odstavec končí elementárním příkladem: rodičům se zdá poněkud hloupé, když se jim jejich dítě snaží vysvětlit, že přímka je „křivka“.

#### *Přesné vyjadřování*

Velmi často se zdůrazňuje nutnost užívat přesného jazyka (v triviálním příkladu třeba odlišovat „číslo“ a „číslice“, obecně pak symbol od objektu, který reprezentuje). **Feynman říká, že skutečným problémem při komunikaci není přesný jazyk, ale jasný jazyk.** Cílem je jasně sdělit myšlenku a přesnost je nutná pouze tehdy,

vzniká-li nějaká pochybnost o významu. Ostatně je zcela nemožné vyjádřit něco s absolutní přesností, pokud není předmět tak abstraktní, že už nereprezentuje žádnou reálnou věc. Čistá matematika je právě takovou abstrakcí a má vlastní přesný jazyk, ve kterém pojednává své vlastní specifické a technické problémy. Ale tento přesný jazyk není přesný v žádném ohledu, pokud pojednáváte o reálných objektech. Feynman uvádí další elementární příklad odlišování pojmů „míč“ a „obrázek míče“, kdy u obrazu míče s pozadím je úkol „vybarvěte obraz míče červeně“ zjevně méně jasný než „vybarvěte míč červeně“ (ještě že v češtině by asi bylo „obrázek“ a „obraz“).

#### *Nové definice – a žádná fakta*

Feynman začíná takto: Věřím, že každý předmět pojednáváný v učebnici by měl být podáván tak, aby byl zřejmý účel zařazení předmětu. Důvod, proč je předmět v učebnici – užitečnost předmětu a jeho význam ve vztahu k reálnému světu, musí být pro studenty jasný. Potom Feynman uvádí příklady nesmyslného užívání pojmů z teorie množin (připomeňme si – článek byl napsán v roce 1965) a uzavírá: Většinu lidí, kteří studovali tyto učebnice asi překvapí, že symboly  $\cup$  a  $\cap$  reprezentující sjednocení a průnik množin a specifické užívání závorek  $\{ \}$  a podobně, celá ta vypracovaná množinová notace, se téměř nikdy neobjeví v žádné z prací v teoretické fyzice, v technice, v ekonomických výpočtech, v počítačových aplikacích či jinde, kde je matematika užívána.

#### *Co učiní „novou“ matematiku užitečnou*

V krátkém závěru shrnuje Feynman své představy takto:

- 1) Musíme při výuce ponechat volnost k přemýšlení.
- 2) Nesmíme učit pouhá slova.
- 3) Pojednávané předměty nesmí být zavedeny bez vysvětlení jejich účelu nebo smyslu, neboli aniž ukážeme, jak mohou být poznatky skutečně využity k objevení něčeho zajímavého.

#### **Závěr**

Domnívám se, že jak z vybraných citátů, tak z přehledu článku můžeme učinit dva závěry:

- 1) Feynman považuje matematiku za nesmírně důležitou součást kulturního bohatství lidstva, a ovšem také za jediný prostředek, kterým se dají vyjadřovat fyzikální poznatky.
- 2) Výuka matematiky pro matematiky a pro všechny ostatní představuje dva velmi rozdílné problémy.

Feynmanův článek je velmi cenný v tom, že nevychází z chvilkového pobouření nad nějakými náhodně objevenými nesmysly v učebnicích (třeba Landau byl zděšen tím, když jakousi náhodou zjistil, jak se přednáší diferenciální a integrální počet fyzikům na MGU [10], ale tím to také končilo), ale z důkladného studia dostupných učebnic (500 liber celkové váhy nebo jinak vyjádřeno 18 stop na poličce knihovny). Od publikování článku uplynulo mnoho let a Feynman sám zemřel před více než dvaceti lety, ale zdá se mi, že jeho názory na výuku, vzdělávání obecně a hodnotu vědy jsou v naší „znalostní společnosti“ více než aktuální. „Iluze znalostí“ jsou vytvářeny v obludném rozsahu.

## Dodatek

Rád bych zde ještě uvedl jeden delší citát z Feynmana [11], i když se netýká výuky matematiky, ale kvantové fyziky, jednoho z pilířů moderní fyziky (tj. fyziky 20. století), který může upřesnit často citovanou větu z [4] ... *myslím, že mohu klidně prohlásit, že kvantové teorii nerozumí nikdo.*

*Studoval jsem na MIT a Princetonu. Pak jsem přišel domů a otec mi říká: „Teď jsi získal vzdělání v přírodovědě. Vždycky jsem chtěl vysvětlení jedné věci, kterou jsem nikdy nechápal; a tak nyní synu budu chtít, abys mi to objasnil.“ Řekl jsem ano. On pokračuje: „Pochopil jsem, že říkají, že světlo je emitováno atomem když ten přechází z jednoho stavu do druhého, z excitovaného stavu do stavu s nižší energií.“ Já na to „To je správně.“ „A světlo je jistá částice, foton jí myslím říkají.“ „Ano.“ „Takže jestliže vychází foton z atomu když atom přechází z excitovaného do nižšího stavu, foton musel být v atomu v excitovaném stavu.“ Říkám „Vlastně ne.“ On na to „Dobrá, tak jak si to představuješ, když si myslíš že částice foton vylétá, aniž tam v tom excitovaném stavu byla?“*

*Přemýšlel jsem několik minut a pak řekl „Je mi líto, ale to nevím. Nemůžu ti to vysvětlit.“ Otec byl velmi rozčarován tím, jak mizerné*

*výsledky měla ta mnohá léta mého vzdělávání.*

## Literatura

- [1] Feynman R. P.: *Radost z poznání* (z originálu *The Pleasure of Finding Things Out* přeložil J. Klíma). Aurora, Praha 2003.
- [2] Feynman R. P., Leighton R. B., Sands M.: *Feynmanovy přednášky z fyziky 1 – 3* (odborná korektura překladu originálu *The Feynman Lectures on Physics* I. Štoll). Fragment, Havlíčkův Brod 2000 – 2003.
- [3] Feynman R. P.: *To snad nemyslíte vážně, pane Feynmane!* (z originálu *Surely You're Joking, Mr. Feynman!* přeložil J. Klíma). Aurora, Praha 2001.
- [4] Feynman R. P.: *O povaze fyzikálních zákonů* (z originálu *The Character of Physical Law* přeložili J. a T. Ledvinkovi). Aurora, Praha 1998.
- [5] Feynman R. P.: *Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics*. Phys. Rev. **76** (1949), 769 – 789.
- [6] Feynman R. P.: *Quantum Electrodynamics*. 16th printing, Addison-Wesley 1995.
- [7] Feynman R. P.: *It's as Simple as One, Two, Three . . .*. E&S **52** (1988), Fall, 11 – 17.  
<http://resolver.caltech.edu/CaltechES:52.1.0>
- [8] Feynman R. P.: *An Operator Calculus Having Applications in Quantum Electrodynamics* Phys. Rev. **84** (1951), 108 – 128.
- [9] Feynman R. P.: *New Textbooks for the „New“ Mathematics*. E&S **28**(1965), March, 9 – 15.  
<http://resolver.caltech.edu/CaltechES:28.6.0>
- [10] Gorobec B.: *Krug Landau*. Letnij sad, Moskva 2006.
- [11] Feynman R. P.: *What is Science?* The Physics Teacher **7** 1969, 313 – 320.



## O POČÍTAČOVÝCH DŮKAZECH MATEMATICKÝCH VĚT

JAROSLAV HORA

Postačí čtyři barvy na obarvení každé rovinné mapy obsahující jistý počet států? Tato zdánlivě nevinná otázka napadla Francise Guthrieho při barvení mapy anglických hrabství. Jeho bratr Frederick položil dne 23. 10. 1852 stejnou otázku svému profesoru Augustu de Morganovi. Tak vznikl slavný „problém čtyř barev“. Po nezbytných upřesněních pojmu rovinná mapa atd. se zdařilo daný problém „přelozit“ do rozvíjející se matematické disciplíny, teorie grafů. Následovala dlouhá historie řešení, trvající přes sto let, provázená i mnoha omyly (více viz [1], [3]). Nakonec, již v sedmdesátých letech minulého století, bylo zapotřebí prověřit dlouhý seznam „map“, tzv. nevyhnutelnou množinu ireducibilních konfigurací, mající 1936 prvků. K tomu přistoupili Apell, Haken a Koch – využili hned tři počítače firmy IBM. Příprava metod a programu jim zabrala tři a půl roku a ještě půl roku si vyžádala práce s počítači. Dílo bylo dokončeno 21. června 1976. Závěr zněl: čtyři barvy stačí!

Počítačové důkazy musely překonat určitou psychologickou bariéru. Bylo by jistě pěkné mít k dispozici např. důkaz věty o čtyřech barvách na několika málo stránkách – ten však přes úsilí specialistů není k dispozici dodnes. Mezitím se počítače staly běžnou pracovní pomůckou a neformální bible počítačového dokazování, dvoudílná kniha [9a,b], má dohromady přes 2 tisíce stran. Tento stručný článek proto může být jen stručnou motivací k vlastnímu experimentování a studiu. Proto budou uvedeny odkazy na literaturu a software, které je možno využít.

To, že počítač rychle sečte mnoho čísel, neohromí nikoho. Že však mnohdy zvládne i symbolickou sumaci (tj. sečte konečné a příp. nekonečné řady obsahující symboly), je již překvapením. Mnohdy se využívá tzv. Gosperův algoritmus, pocházející z r. 1978 (viz [4]). Porovnejme „lidský“ a počítačový postup na jednoduchém příkladě.

Příklad 1: Sečtete řadu  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ .

Člověk asi využije tzv. „teleskopickou“ metodu. Zapišeme

$$a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1},$$

nalezneme  $a = 1$ ,  $b = -1$  a vyjádříme si několik členů posloupnosti částečných součtů:

$$s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}, \quad s_2 = s_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}$$

(zde zaznamenáváme první úspěch „teleskopické“ metody – zmizely zlomky  $\pm\frac{1}{2}$ ). Při výpočtu  $s_3 = s_2 + a_3 = 1 - \frac{1}{4}$  potká totéž zlomky  $\pm\frac{1}{3}$ . Snadno vyjádříme jak  $n$ -tý částečný součet

$$s_n = 1 - \frac{1}{n+1},$$

tak i součet  $s$  řady

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1.$$

Gosperův algoritmus může případně sečíst řady tvaru  $\sum a_n$ , kde posloupnost  $\{a_n\}$  je hypergeometrická, tj. podíl

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{u(n)}{v(n)},$$

kde  $u, v$  jsou polynomy. To je v našem příkladu splněno, neboť

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{n-1}{n}.$$

Každou racionální lomenou funkci  $\frac{u(n)}{v(n)}$  lze zapsat ve tvaru

$$\frac{u(n)}{v(n)} = \frac{p(n) \cdot q(n)}{p(n-1) \cdot r(n)},$$

kde  $p, q, r$  jsou polynomy splňující podmínku nesoudělnosti

$$D(q(n), r(n+j)) = 1$$

pro všechna přirozená  $j$ . Tyto tři polynomy lze nalézt algoritmicky a tvoří tzv. regulární reprezentaci podílu  $\frac{u}{v}$ .

Snaha získat popsanou trojici polynomů je poněkud překvapivá (např. regulární reprezentaci podílu  $\frac{n-1}{n}$  tvoří  $p(n) = 1$ ,  $q(n) = n - 1$ ,  $r(n) = n + 1$ ). Paradoxně potřebujeme získat ještě čtvrtý polynom  $f$ .

Jestliže i posloupnost  $\{s_n\}$ , kde

$$s_n = \sum_{i=1}^n a_i ,$$

je hypergeometrická, pak lze  $n$ -tý částečný součet  $s_n$  vyjádřit ve tvaru

$$s_n = \frac{q(n+1)}{p(n)} \cdot a_n \cdot f(n)$$

pro jistý polynom  $f(n)$  splňující podmínku

$$p(n) = q(n+1) \cdot f(n) - r(n) \cdot f(n-1).$$

Rovněž stupeň polynomu  $f$  lze určit algoritmicky. V příkladu 1 se zjistí, že je to polynom 1. stupně. Zapišme jej ve tvaru

$$f(n) = c_1 \cdot n + c_0 ,$$

kde  $c_0, c_1$  jsou neurčité koeficienty. Pak

$$1 = n \cdot (c_1 \cdot n + c_0) - (n+1) \cdot [c_1 \cdot n + (c_0 - c_1)]$$

a po krátkém výpočtu  $1 = c_1 - c_0$ . Volíme-li  $c_0 = p$ , je  $c_1 = p + 1$  a

$$f(n) = (p+1) \cdot n + p .$$

Dalším krokem je jisté nastavení hodnoty parametru  $p$ . Volme  $p = 0$ , pak  $f(n) = n$  a po dosazení již máme

$$s_n = \frac{n}{1} \cdot \frac{1}{n+1} \cdot n = \frac{n}{n+1} .$$

To je ve shodě s „lidským“ výpočtem.

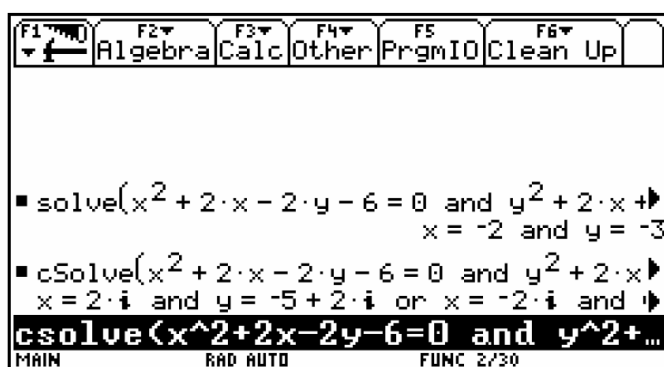
Více o sumačních algoritmech si lze přečíst v [8]. Tuto knihu je možno stáhnout (např. v Google zadáme  $A = B$ ). K experimentům lze využít např. programů Maple a Mathematica.

Veliký pokrok udělala matematika v poslední třetině minulého století v teorii polynomiálních ideálů. O tom více např. v [2]. Z toho může mít dnes prospěch každý student střední školy. Má-li např. vyřešit soustavu

$$f_1(x, y) = x^2 + 2x - 2y - 6 = 0,$$

$$f_2(x, y) = y^2 + 2x + 8y + 19 = 0$$

v  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , resp.  $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ , pak se na displeji jeho kalkulátoru třídy TI-92 může objevit cosi jako na obr. 1. Kalkulátor „umí“ v jednoduchém případě spočítat Gröbnerovu bázi ideálu!



Obr. 1

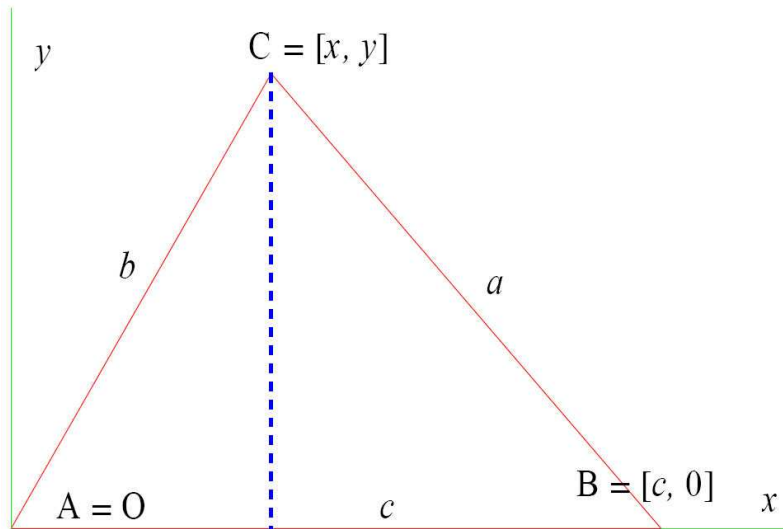
Konkrétně je (jednoznačně určená) Gröbnerova báze ideálu generovaného polynomy  $f_1(x, y)$ ,  $f_2(x, y)$  při lexikografickém uspořádání rovna

$$g_1(x, y) = x + \frac{1}{2}y^2 + 4y + \frac{19}{2},$$

$$g_2(y) = y^4 + 16y^3 + 98y^2 + 264y + 261 = (y + 3)(y^2 + 10y + 29).$$

Vzhledem k tomu, že původní soustava rovnic má stejné řešení jako soustava  $g_1(x, y) = 0$ ,  $g_2(y) = 0$ , je již lehké dokončit výpočet. Vidíme jistou „tendenci k eliminaci“, tentokrát proměnné  $x$ , která není obsažena ve druhé rovnici. Využijeme jí i v následujícím počítačovém důkazu Heronova vzorce.

V obr. 2 zřejmě platí vztahy  $x^2 + y^2 = b^2$ ,  $(c - x)^2 + y^2 = a^2$  a obsah  $P$  trojúhelníka  $ABC$  je  $P = \frac{1}{2}cy$ . Pro další výpočet můžeme



Obr. 2

využít např. program CoCoA, který je volně dostupný a má elektronický manuál (totéž platí o programu Singular). Sdělíme programu CoCoA, s jakými proměnnými má počítat, přičemž za proměnnou pro obsah volíme malé  $p$ . Po zapsání ideálu  $I$  generovaného našimi relacemi požádáme o provedení eliminace parametrů  $x, y$ .

```
Use S ::= Q[x,y,a,b,c,p];
```

```
I := Ideal(x^2+y^2-b^2,(x-c)^2+y^2-a^2,2p-cy);
```

```
Elim(x,y,I);
```

```
Ideal(1/2a^4-a^2b^2+1/2b^4-a^2c^2-b^2c^2+1/2c^4+8p^2)
```

Nalezený eliminační ideál je generován polynomem, který je velmi zajímavý. Vyjádříme z něj

$$16p^2 = -a^4 - b^4 - c^4 + 2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2$$

a provedeme-li faktorizaci pravé strany, obdržíme

$$16p^2 = (a + b + c)(-a + b + c)(a - b + c)(a + b - c).$$

Po vydělení 16 a odmocnění již vidíme, že při označení  $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$  platí vztah

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

což je Heronův vzorec.

Ve výpočetní teorii ideálů je vyřešena otázka náležitosti do ideálu. Proto se můžeme počítače „zeptat“, zda z daných předpokladů vyplývá závěr, tvrzení geometrické věty. Více o těchto záležitostech nalezne čtenář např. v [2], [5], [7], [10], [11]. Počítačové programy a balíčky dnes zvládnou více, než jen pouhé dokazování vět elementární geometrie. Kupř. knihovna Epsilon pracující pod Maple dospěla k automatickému „rozvažování“, kdy odvodí případné dodatečné podmínky, za nichž věta platí. Můžeme se tak např. dozvědět, že daná věta neplatí v obecném trojúhelníku, ale jen v trojúhelníku rovnoramenném atd. Nemusí však jít jen o věty elementární školské geometrie, ale i geometrie diferenciální. Fakt, že je možné zadat i derivace polynomů, např. umožnil i počítačové odvození Newtonova gravitačního zákona z Keplerových zákonů. O těchto záležitostech více v [10].

## Literatura

- [1] Bosák J.: *Ako bol vyriešený problém štyroch farieb*. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, **XXIV** (1979), č. 4, s. 181 – 201.
- [2] Cox D., Little J., O Shea D.: *Ideals, Varieties, and Algorithms, second ed.* Springer-Verlag 1996.
- [3] Fritsch R., Fritsch G.: *The four-color theorem: history, topological foundations and idea of proof*. Springer-Verlag, 1998.
- [4] Gosper R. W. Jr.: *Decision procedure for indefinite hypergeometric summation*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA. Vol. **75**, No. 1, January 1978, p. 40 – 42.
- [5] Chou S. C.: *Mechanical Geometry Theorem Proving*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht 1987.
- [6] Kreuzer M., Robbiano L.: *Computational Commutative Algebra 1*. 1st ed. 2000, Corr. 2nd printing, 2008.
- [7] Pech P.: *Selected Topics in Geometry with Classical vs. Computer Proving*. World Scientific, 2007.
- [8] Petkovsek M., Wilf H., Zeilberger D.: *A = B*. AK Peters 1996.

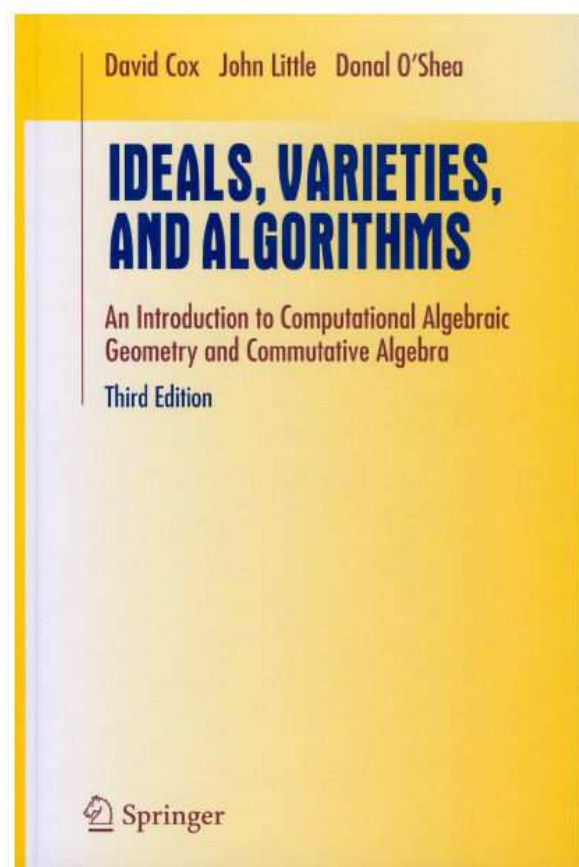
- [9a,b] *Handbook of Automated Reasoning, vol. I, II.* Edited by A. Robinson, A. Voronkov. Elsevier, 2001.
- [10] Wang D.: *Elimination Practice: Software Tools and Applications.* Imperial College Press, 2004.
- [11] Wen-Tsun Wu: *Mathematics Mechanization. Mechanical Geometry Theorem Proving.* Kluwer, 2000.

Informace o počítačových programech a knihovnách:

CoCoA: <http://cocoa.dima.unige.it/>

Epsilon 0.618: <http://www-calfor.lip6.fr/wang/epsilon/>

Poznamenejme ještě, že na webové adrese <http://www.eknigu.com/> lze najít mnoho knih z oblasti přírodních věd a matematiky. Tyto knihy si lze prohlédnout pomocí programu DjView. Speciálně pak na adrese [http://www.eknigu.com/lib/M\\_Mathematics/MA\\_Algebra/MAco\\_Computational%20algebra/](http://www.eknigu.com/lib/M_Mathematics/MA_Algebra/MAco_Computational%20algebra/) jsou k nalezení i některé z knih uvedených výše. Podle upozornění na serveru jsou uvedené soubory vystaveny jen pro seznámení s knihou – pokud o ni po prolistování neztratíme zájem, je korektní si ji objednat běžnou cestou, v opačném případě neobtěžujeme např. meziknihovni výpůjční službu.



Obr. 3: Obálka knihy Cox D., Little J., O Shea D.: *Ideals, Varieties, and Algorithms*, second ed. Springer-Verlag 1996.



## O PROGRAMU MATHEMATICA A JEHO VYUŽITÍ VE ŠKOLNÍ VÝUCE

MIROSLAV TICHÝ

Školní výuku ovlivňují a dále ovlivňovat budou počítačové programy, které umožňují výuku zefektivnit a učinit ji pro žáky zajímavější. Nás budou zajímat programy pro podporu výuky matematiky. Tyto programy se rozvíjejí dvěma hlavními směry: jednak programy typu CAS (Computer Algebra System), které umožňují práci se symbolickou matematikou, a dále programy dynamické geometrie, které umožňují přímé modelování geometrických úloh.

V tomto článku se budeme zabývat použitím programu *Mathematica*, který patří do skupiny programů souhrnně označovaných jako CAS. Dále se zmíníme o použití tohoto programu při výuce matematiky na Střední škole aplikované kybernetiky v Hradci Králové, kde s programem *Mathematica* pracujeme již několik let. V poslední části příspěvku uvedeme příklady ze středoškolské matematiky řešené s pomocí programu *Mathematica*.

Program *Mathematica* není programem vyvinutým pro školní účely, je to profesionální matematický program. Podtitulem systému *Mathematica* je „A System for Doing Mathematics by Computer“, což asi nejpřesněji vystihuje jeho možnosti použití. Nás bude tento rozsáhlý systém zajímat především z pohledu středoškolského učitele matematiky. *Mathematica* je velmi výkonným systémem pro řešení matematických problémů, to však ocení spíše uživatelé v praxi, vědečtí pracovníci a učitelé vysokých škol, je však také vynikajícím systémem použitelným při výuce matematiky, v neposlední řadě právě na střední škole. Žáci velmi rychle mohou zvládnout základní příkazy systému potřebné k řešení úloh středoškolské matematiky, pak už mohou postupně své znalosti rozšiřovat na složitějších příkladech.

*Mathematica* umožňuje symbolické i numerické výpočty, úpravy výrazů, řešení rovnic i nerovnic o jedné či více neznámých a to jak v oboru reálných, tak i komplexních čísel. Silnou stránkou tohoto systému je vizualizace dat, na výběr jsou grafy různých typů rovinných i prostorových, možné jsou jejich další úpravy a manipulaci s nimi. Systém zvládá maticové výpočty, diferenciální a integrální počet. V tomto

systému je možné programovat, a to nejen procedurálně, ale i funkcionálně, rekurzivně. Ne vše pochopitelně lze plně využít při výuce matematiky na střední škole. Žáci i učitelé ale rozhodně získávají s programem *Mathematica* velmi silný nástroj, který jim při správném použití v jejich práci pomůže. Žáci v neposlední řadě začínají pracovat s programem, který budou dále používat na mnoha vysokých školách.

Program *Mathematica* lze využívat pro výuku matematiky v zásadě dvojím způsobem:

- Program používá pouze učitel, ukazuje v něm demonstrační úlohy, řešení příkladů v matematice. Ukazuje možnosti programu, ale žáci zůstávají stranou, s programem sami nepracují, neučí se jeho syntaxi, vidí ale možnosti použití. Učitel si v programu může dále připravovat písemné práce, domácí úkoly s jedinečným zadáním pro každého žáka.
- Program používá jak učitel, tak i žáci. Žáci zvládnou práci s programem při hodinách matematiky, *Mathematica* jim pak pomáhá při vlastní práci, při řešení úloh, přípravě na vyučování, usnadňuje a urychluje jejich výpočty.

Zde se dále zmíníme o použití programu *Mathematica* na Střední škole aplikované kybernetiky v Hradci Králové. Naše škola je specifická tím, že se počítači zabýváme hlouběji, že s pomocí počítačů vyučujeme většinu předmětů. Možná i proto naši žáci o program a jeho použití projevují zájem, *Mathematica* jim pomáhá v řešení úloh nejen z matematiky, ale i z fyziky, programování, elektrotechnických předmětů. U žáků se zvyšuje zájem o matematiku vyučovanou s počítačem, o vlastní práci při řešení příkladů s programem *Mathematica*. Mnohdy s pomocí tohoto programu nacházejí řešení úloh pro nás, učitele matematiky, neobvyklá, kreativní. *Mathematica* žákům po zvládnutí programu umožňuje soustředit se na vlastní matematickou podstatu problému. Technické, mnohdy pracné výpočty mohou předat počítači. Nenahraditelná je *Mathematica* při vizualizaci problémů, při tvorbě grafů a to nejen statických, ale i dynamických.

Za podstatné považujeme, aby žáci byli schopni samostatně program používat. Je ale třeba i neustále zdůrazňovat, že k pochopení matematiky nestačí pochopit způsob práce s programem *Mathematica*, naučit se jeho příkazy. Program práci „jen“ usnadňuje, snadno

zvládne rutinní výpočty, sestrojí grafy. *Mathematica* nic sama „nevymyslí“, matematiku jako takovou musí umět člověk. Jen ten může daný problém matematizovat, převést ho do jazyku programu a následně správně interpretovat výsledky výpočtů.

Použití programu *Mathematica* je přínosné nejen pro žáky, ale i pro učitele. Klade na něj zejména zpočátku větší nároky, musí zvládnout pokročilou práci s počítačem, práci s programem *Mathematica*. Určitě mu proto zvláště v této fázi zabere příprava na vyučování víc času než příprava na výuku klasickým způsobem. Po zvládnutí práce s programem ho už může využívat k práci přímo v hodinách matematiky i při přípravě na tyto hodiny. Co může učitel od tohoto programu očekávat?

- snazší přípravu na výuku, vše má uloženo v počítači
- snazší výběr příkladů k řešení. Podpora programu *Mathematica* umožní řešit ve třídě i úlohy, které nevycházejí příliš hezky numericky. Žáci tak navíc uvidí, že ne vše v praxi vychází jako ve školské matematice (skoro) celočíselně
- jednodušší zadávání písemných prací, domácích úloh. *Mathematica* umožňuje generovat různé sady úloh stejné obtížnosti lišící se jen numericky. Zároveň pro snadnější kontrolu žákovských prací lze generovat i odpovídající sady řešení
- výrazně lepší grafický projev svůj i žáků. *Mathematica* umožňuje vytvářet grafy ve vysoké kvalitě, kreslit i více křivek, grafů funkcí najednou. Grafy lze používat jak ve 2D, tak i ve 3D
- *Mathematica* je systémem ve světě velmi rozšířeným. Proto lze na internetu najít velké množství příkladů z matematiky všech úrovní s pomocí tohoto programu řešených.

Na internetové stránce <http://demonstrations.wolfram.com> je dostupná celá řada interaktivních ukázek a příkladů v programu *Mathematica* z různých oborů, nejen z matematiky. Zastoupeny jsou zde svými ukázkami jak přírodní, tak i technické a společenské vědy. Tyto ukázky jsou dynamické, po spuštění lze u nich měnit zvolené dostupné parametry. Velkou výhodou pro uživatele je, že pro spuštění těchto ukázek není nutné vlastnit celý program *Mathematica*. Spouštět tyto aplikace je možné pomocí zdarma dostupného programu *Mathematica*

*Player*. Ten lze zdarma instalovat a používat jak učiteli, tak i žáky. Instalace tohoto prohlížeče projektů v programu *Mathematica* je dostupná na stránce

<http://www.wolfram.com/products/player/download.cgi>

V době psaní tohoto článku bylo na výše uvedené stránce zveřejněno více než 3000 demonstračních příkladů. Téměř každý učitel (matematiky) tak zde najde příklady vhodné pro doplnění své výuky.

Ukažme si několik příkladů ze středoškolské matematiky, které lze výhodně řešit právě s pomocí programu *Mathematica*.

### Příklad 1

Řešte soustavu rovnic  $x + 3|y| = 1 \wedge x + y + 3 = 1$ .

Řešení: k řešení rovnice nebo soustavy rovnic je určen příkaz **Solve**.

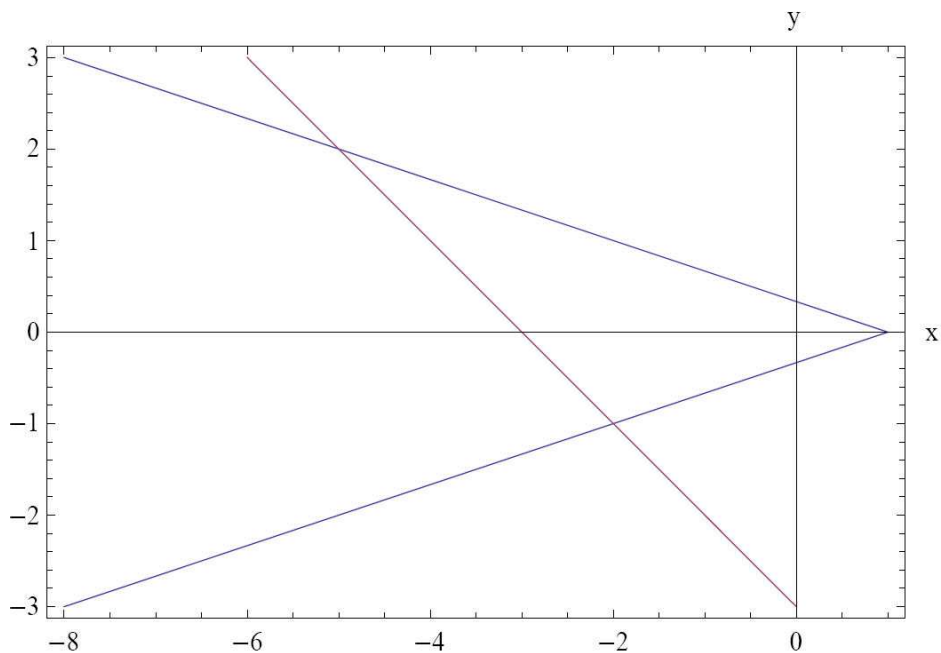
```
Solve[{x+3Abs[y]==1,x+y+3==0},{x,y}]
```

```
{{x -> -5, y -> 2}, {x -> -2, y -> -1}}
```

Získali jsme řešení, které ještě musíme „přeložit“ z jazyku programu *Mathematica*: soustava má dvě řešení, které *Mathematica* zapsala pomocí prepisovacích pravidel a vidíme je v druhém řádku. Jedná se tedy o dvě uspořádané dvojice a  $[-5, 2]$  a  $[-2, -1]$ .

Výhoda použití programu *Mathematica* vynikne, zamyslíme-li se nad geometrickou interpretací našeho zadání. Obě rovnice můžeme chápat i jako relace dvou proměnných a jejich grafy sestrojíme. Souřadnice průsečíků grafů obou relací pak budou i kořeny původních rovnic.

```
ContourPlot[{x+3Abs[y]==1,x+y+3==0},{x,-8,1},
{y,-3,3},Axes->True,AspectRatio->Automatic,
AxesLabel->{"x","y"}]
```



### Příklad 2

Bodem  $M[3, -1, 6]$  veďte rovinu kolmou k přímce  $p = AB$ . Souřadnice:  $A[3, 2, -1]$ ,  $B[5, -1, -3]$ .

Řešení:

Nejprve zadáme souřadnice daných bodů, vypočteme souřadnice vektoru  $AB$ , který bude normálovým vektorem hledané roviny.

$$\mathbf{b}_M = \{3, -1, 6\}; \mathbf{b}_A = \{3, 2, -1\}; \mathbf{b}_B = \{5, -1, -3\};$$

$$\mathbf{n}_\rho = \mathbf{b}_B - \mathbf{b}_A$$

$$\{2, -3, 2\}$$

Dále napíšeme obecnou rovnici hledané roviny  $\rho$  jako skalární součin normálového vektoru a vektoru  $(x, y, z)$ . Ve vzniklém výrazu bude

jediná neznámá koeficient  $d$ . Ten vypočítáme dosazením souřadnic bodu  $M$  do rovnice roviny.

$$\rho = \text{Dot}[\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}, \mathbf{n}_\rho] + d$$

$$d + 2x - 3y - 2z$$

$$\text{rovnice} = \text{Solve}[\rho == 0, d]$$

$$\{\{d \rightarrow -2x + 3y + 2z\}\}$$

$$\text{hodnotad} = \text{rovnice}[[1]] /. \{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{bM}[[1]], \mathbf{y} \rightarrow \mathbf{bM}[[2]], \mathbf{z} \rightarrow \mathbf{bM}[[3]]\}$$

$$\{d \rightarrow 3\}$$

Nyní už můžeme přímo napsat výslednou rovnici roviny.

$$\mathbf{r}\rho = \rho == 0 /. \text{hodnotad}[[1]]$$

$$3 + 2x - 3y - 2z == 0$$

Výhodou našeho postupu je, že je obecný. Při změně souřadnic bodů  $A$ ,  $B$ ,  $M$  se změní jen první tři příkazy, všechny další příkazy použité v řešení příkladu lze pak už přepočítat automaticky. Získali jsme tak řešení pro celou třídu úloh.

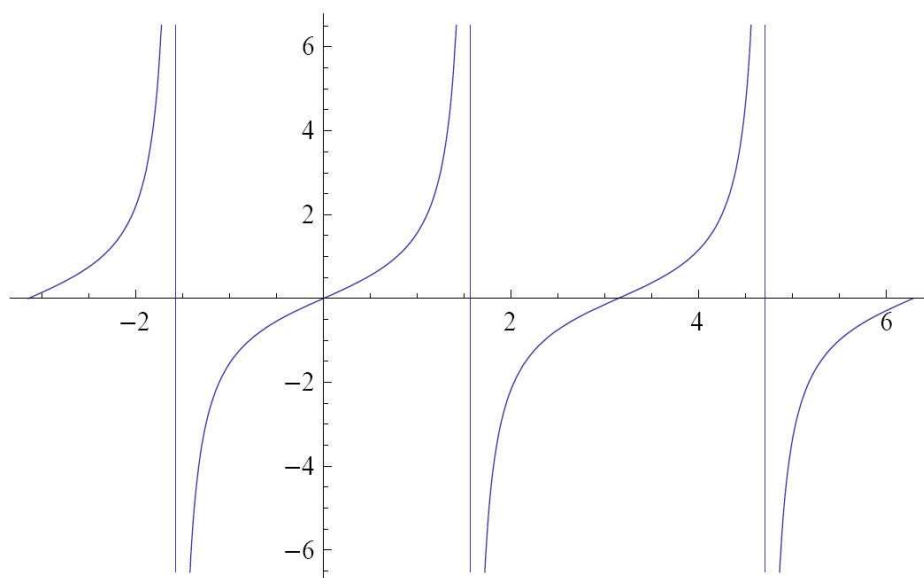
**Příklad 3**

Sestrojte graf funkce  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

*Mathematica* je také systémem velmi dobře škálovatelným dle znalostí uživatele. Už začínající žák zvládne jednoduchý příkaz pro tvorbu grafu:

```
Plot[Tan[x],{x,-π,2π}]
```

Graf pak vypadá takto:



Zkušenější uživatel může využít dalších nastavení programu a příkazu Plot a získat lepší graf s asymptotami a s popisem osy  $x$  v násobcích čísla  $\pi$  takto:

```
popis1=Table[i*\pi/6,{i,-6,12}]
```

```
{-pi, -((5pi)/6), -((2pi)/3), -(pi/2), -(pi/3), -(pi/6), 0, pi/6, pi/3,
pi/2, (2pi)/3, (5pi)/6, pi, (7pi)/6, (4pi)/3, (3pi)/2, (5pi)/3, (11pi)/6, 2pi}
```

```
popis2=Table[i*\pi/4,{i,-4,8}]
```

```
{-pi, -((3pi)/4), -(pi/2), -(pi/4), 0, pi/4, pi/2, (3pi)/4, pi, (5pi)/4,
(3pi)/2, (7pi)/4, 2pi}
```

```
popis=Union[popis1,popis2]
```

```
{0, -pi, -((5pi)/6), -((3pi)/4), -((2pi)/3), -(pi/2), -(pi/3), -(pi/4),
-(pi/6), pi/6, pi/4, pi/3, pi/2, (2pi)/3, (3pi)/4, (5pi)/6, pi, (7pi)/6,
(5pi)/4, (4pi)/3, (3pi)/2, (5pi)/3, (7pi)/4, (11pi)/6, 2pi}
```

```
Plot[Tan[x],{x,-pi,2pi},
```

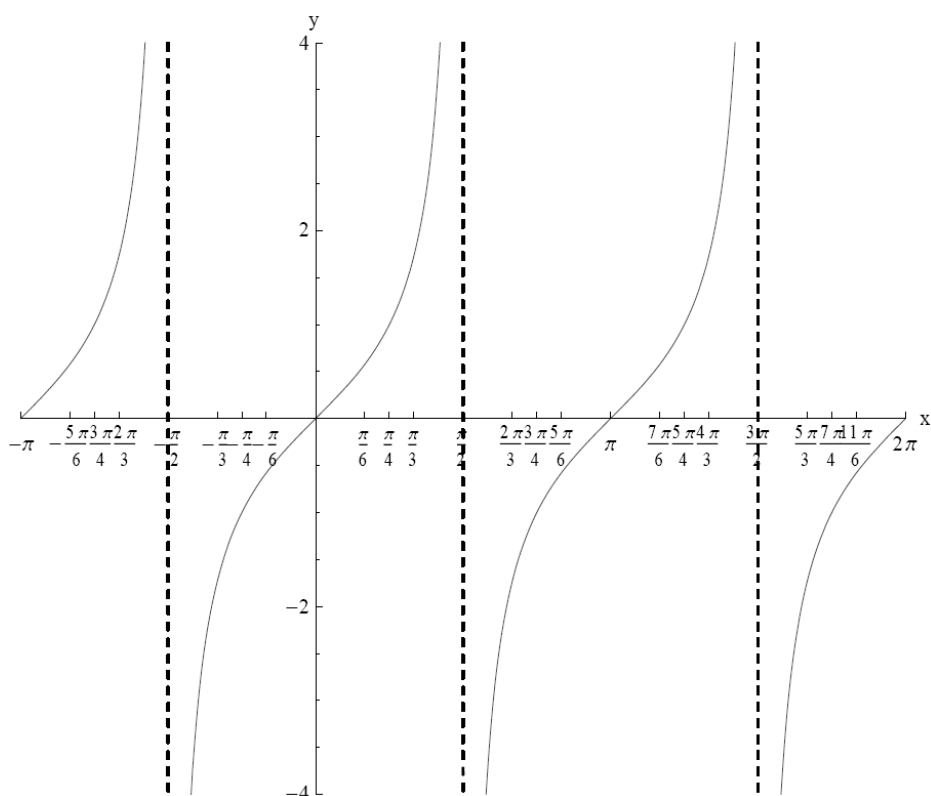
```
Ticks->{popis, Automatic},
```

```
Exclusions->Cos[x]==0, ExclusionsStyle->Dashed,
```

```
AspectRatio->Automatic, PlotRange->{{-pi, 2pi}, {-4, 4}},
```

```
AxesLabel->{"x", "y"}]
```





Na tomto příkladu jsou dobře vidět i grafické možnosti systému *Mathematica*.

Použití programu *Mathematica* se nám jeví jako vhodné a přínosné pro výuku matematiky na střední škole. Je to program univerzální, lze ho využít při téměř všech tematických celcích středoškolské matematiky. Nám se jeho použití zatím nejvíce osvědčilo při řešení rovnic a nerovnic, učivu o funkcích, komplexních číslech, v analytické geometrii lineárních útvarů i kuželoseček, v diferenciálním a integrálním počtu.

## KUŽELOSEČKY (ZDÁNLIVĚ) NESTŘEDOŠKOLSKY

KAREL OTRUBA

Toto moje pojednání o kuželosečkách nabízí netradiční možnosti obohacení klasického středoškolského tématu. Nebývá v dnešní době zvykem mluvit na gymnáziu o kuželosečkách singulárních, a o asymptotických směrech kuželoseček se současné učebnice nezmiňují ani náznakem. Přitom lze tyto pojmy bez obtíží zavést, jako matematický aparát postačí kvadratická rovnice. Navíc zavedení těchto pojmů lze provést způsobem, který jednak využívá látku dávno probranou a ukáže tak možnost jejího využití, a také dává šanci studentům určité věci samostatně odhalit, což podporuje některé dnes propagované trendy, řekněme jistý druh „objevitelství“.

A vzhledem k tomu, že v běžné učebnici se tato látka nedá nalisťovat a opsat, může mít takový „student objevitel“ uspokojivý pocit zcela oprávněně.

Nedomnívám se, že by se toto mírné rozšíření látky snad mělo paušálně zavádět, ale jsou třídy, kde pro to může nazrát situace. Zbude třeba trochu času, nebo příslušnou zmínku může nastartovat dotaz zvědavého studenta. Já sám jsem se pokusil zmínit o asymptotických směrech ve třídě nikoli zrovna špičkové, ale kupodivu docela s úspěchem. Látka zabrala nikoli snad na sto procent, ale přeci jen víc, než jsem v této třídě očekával. V každém případě je to téma vhodné pro matematický seminář.

Co se dnes v tématu „Kuželosečky“ běžně probírá:

Především pouze kuželosečky regulární. Elipsa ve dvou polohách, parabola ve čtyřech polohách, hyperbola obecně ve dvou polohách a k tomu dva typy hyperboly rovnoosé. To všechno navíc v transformaci posunutím. O singulárních kuželosečkách se mlčí, i když kdysi dávno v nižší třídě jsme se jich nevědomky (pro studenty) dotýkali a půda pro ně byla připravena, jak ještě uvidíme.

Dále se řeší problém „regulární kuželosečka a přímka“ s důrazem na případy „vnější přímka, tečna, sečna“. Asymptotám se samozřejmě nelze vyhnout. Případ asymptotických sečen však bývá zmiňován jen okrajově, pokud vůbec, nejčastěji jako „chyták“ v příkladu, kde se mají najít přímky jdoucí daným bodem a mající s danou parabolou

(nebo hyperbolou) „právě jeden společný bod“. Student sběhlý v manipulaci s diskriminantem a požadavky na jeho znaménko možná najde tečny, ale většinou ho nenapadne uvažovat o jiném typu jediného společného bodu a asymptotickou sečnu paraboly (nebo asymptotické sečny hyperboly) neodhalí.

Už když látku o kuželosečkách v septimě začínám, bývá můj první zápis do třídní knihy „Kuželosečky. Co již o nich víme (a není toho málo)“. Především známe parabolu jakožto graf kvadratické funkce. Dále známe rovnosou hyperbolu – jako graf nepřímé úměrnosti, patrně i v mírně zobecněné podobě  $y = k/x$  (s příslušnými požadavky na hodnotu parametru  $k$ ). Kružnice bývá studenty považována za křivku známou asi nejdéle a nejdůvěrněji, i když v její definici často dělají chybu, jistě víte jakou. Nejvíce „bita“ bývá v tomto smyslu elipsa, ta dosud z hodin matematiky známa není. Byla však jistě zmiňována ve fyzice při probírání Keplerových zákonů. Tam se rovněž uvedla její ohnisková definice vedoucí k „zahradnické konstrukci“. Studenti tedy vědí, jak elipsa vypadá, znají několik souvisejících pojmů (poloosy, výstřednosti, průvodiče apod.), ale zatím neznají její vyjádření rovnicí.

Připomenutí a zopakování této látky se sice dá stěsnat do jedné hodiny, ale je to dost málo. Dvě hodiny však na to už stačí docela dobře a věnovat je takovému připomenutí a shrnutí starší látky se jistě vyplatí.

A potom přijde hodina „etymologická“, kuželosečky a „sekání kužele“. Především rozšíříme pojem „kuželová plocha“, ukážeme její „dvojdílnost“ (pokračuje i za vrcholem). Je rovněž vhodné zavést válcovou plochu jako kuželovou plochu s nevlastním vrcholem. Studenti docela dobře přijmou představu průsečíku různoběžek ubíhajícího „do nekonečna“ a nečiní jim potíže pochopit, že se z bodu („tečky“) stal směr (vektor). Třeba jim to můžeme naznačit i na docela dětské úrovni: „Kam zmizel ten bod? No přece TAM!“ – ukázat prstem ve směru rovnoběžek. A máme z bodu směr, označený názvem „nevlastní bod“.

Slovem „sekání“ je míněn samozřejmě průnik. Kuželosečky jsou křivky, které dostaneme jako průnik roviny s kuželovou plochou. Na školních modelech lze názorně ukázat, jak různá je situace podle toho, zda ona prosekávající rovina prochází vrcholem nebo ne. Bod, dvě různoběžky a dvojnásobná přímka jsou rovněž kuželosečky. A máme-

li zavedenou také kuželovou plochu s nevlastním vrcholem, můžeme se dostat i k dalšímu typu singulárních kuželoseček: Rovina rovnoběžná s povrchovými přímkami válcové plochy vede ke dvěma rovnoběžkám, dvojnásobné přímce nebo prázdné množině (kuželosečka formálně reálná).

Je dobré, když studenti mají tyto zrakové představy vybudované ještě dřív, než začneme odvozovat rovnice kuželoseček podle definic. Ve věku středoškoláka je přirozené předem nějak vědět, jak asi vypadá objekt, který chceme popsat rovnicemi, prostě vycházet z pozorování reálného světa kolem nás. Abstraktní postup „definice – věta – důkaz“ není pro většinu běžné populace tohoto věku dost pochopitelný, a proto ani dostatečně přijatelný a srozumitelný.

A potom pokračuji klasickým způsobem; odvozují se rovnice regulárních kuželoseček, zkoumá se vztah kuželosečka – přímka, vše tak, jak je to už dlouhá léta na střední škole zvykem.

O existenci singulárních kuželoseček studenti vědí od okamžiku zkoumání „sekání kužele rovinou“. Měli bychom se proto zmínit i o jejich rovnicích. Jak jsem už řekl, půda by měla být dávno připravená. Již v nižších třídách se řeší úlohy typu „rozložte na součin“, a zde nám půjde o rozklad kvadratických výrazů se dvěma proměnnými. Uvedme tři jednoduché ukázky:

1. Rovnice  $x^2 - y^2 = 0$  vede na součinnový tvar  $(x - y) \cdot (x + y) = 0$ , z něhož je vidět, že jde o dvě různoběžky:  $y = x$  a  $y = -x$ .
2. Rovnice  $x^2 - x = 0$  představuje dvě rovnoběžky:  $x = 0$  a  $x = 1$ .
3. Rovnice  $y^2 - 4y + 4 = 0$  je rovnicí dvojnásobné přímky  $y = 2$ .

Tyto a podobné výpočty by měly být (a pevně doufám, že jsou) studentům dávno známé, nyní jde jen o jinou interpretaci.

Můžeme se dokonce pustit i do mírně složitějších rozkladů:

4.  $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$

Úpravy:  $x^2 + 2xy + y^2 - 4y^2 = 0, \quad (x + y)^2 - 4y^2 = 0,$

$$(x + y + 2y) \cdot (x + y - 2y) = 0, \quad (x + 3y) \cdot (x - y) = 0.$$

Jedná se o dvě různoběžky:  $y = x$  a  $y = -1/3x$ .

Opět nepotřebujeme nic jiného, než znalost několika základních vzorců a jejich vhodného nasazení. Jen interpretace je „nová“.

Dozraje-li situace k možnosti zmínky o asymptotických směrech (pro začátek je stačí zkoumat u kuželoseček regulárních), můžeme postupovat takto: Studentům rozdáme nakreslené elipsy, paraboly a hyperboly (lze k tomu použít počítače nebo šablon), a vyzveme je, aby se snažili objevit co nejvíce možných vztahů mezi těmito kuželosečkami a přímkami. Měli by sami přijít na to, že v případě kružnice a elipsy jsou jen tři typy možností: Vnější přímka, tečna, sečna. U paraboly by měli objevit kromě těchto tří možností ještě čtvrtou: Přímkou rovnoběžnou s osou paraboly mají s ní rovněž právě jeden společný bod, ale nejde o tečny. U hyperboly by pak měli objevit, že přímkou tohoto typu tvoří dvě skupiny (jde o dva různé směry). Navíc jsou zde ještě dvě další přímkou těchto směrů, které však nemají s hyperbolou žádný společný bod. Tyto dvě přímkou studenti už samozřejmě znají pod názvem „asymptoty“.

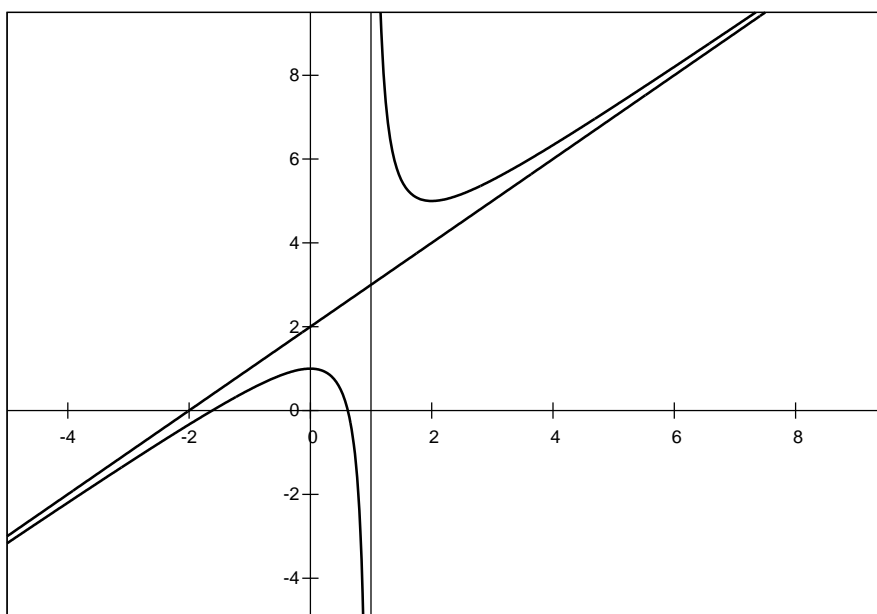
Nyní je třeba vysvětlit, že slova „právě jeden společný bod“ mohou v naší souvislosti znamenat dvě různé věci. Při hledání společných bodů kuželosečky a přímkou můžeme dostat:

1. Kvadratickou rovnicí s nulovým diskriminantem, přímkou je tečnou kuželosečky a hledaný bod je bodem dotyku (to je zcela klasický středoškolský případ).
2. Lineární rovnicí, která má jediné řešení, hledaný bod je pak jediným průsečíkem přímkou a kuželosečky.
3. Rovnost typu  $1 = 0$ , přímkou nemá s kuželosečkou společné body a jde o asymptotu.
4. Rovnost typu  $0 = 0$ , přímkou leží celá na kuželosečce (každý bod je společný), ale v tomto případě nejde o kuželosečku regulární.

Druhý, třetí a čtvrtý případ může nastat pouze tehdy, když při řešení soustavy rovnic „přímkou – kuželosečka“ je „zlikvidována“ (anulována) kvadratická část rovnice kuželosečky. Soustava pak vede na rovnici lineární nebo na jednu z výše uvedených rovností.

Lze dokázat, že možnost tohoto „zlikvidování“ kvadratické části rovnice závisí pouze na typu kuželosečky a na směru dané přímky. Takový směr může být vzhledem k dané kuželosečce označen zvláštním názvem. Říká se mu „směr asymptotický“. Podle počtu asymptotických směrů můžeme (zatím regulární) kuželosečky rozdělit do tří typů: S žádným asymptotickým směrem (kružnice, elipsa), s jedním (parabola) a se dvěma (hyperbola), na což studenti přišli „experimentálně“, jak bylo výše popsáno. Rozšíření na singulární kuželosečky je dále možné podle okolností.

Nyní je čas na ukázkové příklady. Arsenál klasických úloh můžeme v této chvíli obohatit o kuželosečky, které se na střední škole obvykle nezkoumají.



Příklad 1: Zjistěte, jakou kuželosečku představuje rovnice

$$x^2 - xy + x + y - 1 = 0.$$

Řešení: Běžnými postupy užívanými při klasickém gymnaziálním studiu kuželoseček postupovat nelze. Zkusme najít asymptotické směry. Na otázku, jak anulovat kvadratickou část naší rovnice, studenti skoro pravidelně odpovídají, že je nutno za  $x$  dosadit nulu. Dá

někdy trochu práce je přesvědčit, že stačí za  $x$  dosadit jakoukoli konstantu (označme ji  $p$ ). Přímka o rovnici  $x = p$  (kde  $p$  je libovolné reálné číslo) je tedy přímkou asymptotického směru  $v = (0, 1)$ .

Při hledání společných bodů přímky a kuželosečky dostaneme rovnici  $p^2 - py + p + y - 1 = 0$ .

V případě  $p \neq 1$  jde o rovnici lineární, po úpravě dostaneme

$$y = (p^2 + p - 1)/(p - 1).$$

Společný bod („jediný průsečík“) má souřadnice

$$x = p, \quad y = (p^2 + p - 1)/(p - 1).$$

V případě  $p = 1$  dostáváme místo lineární rovnice rovnost  $1 = 0$ , přímka o rovnici  $x = 1$  tedy nemá s kuželosečkou společné body a je její asymptotou.

Tato skutečnost nás přivádí na myšlenku, že by mohlo jít o hyperbolu, ta má však další asymptotický směr. Při hledání společných bodů naší kuželosečky s přímkou  $y = kx$  dostaneme posléze rovnici  $(1 - k)x^2 + (1 + k)x - 1 = 0$ . Její kvadratická část bude anulována právě pro  $k = 1$ , což vede k odhalení dalšího asymptotického směru  $v = (1, 1)$  a svazku rovnoběžek tohoto směru  $y = x + q$ . Hledáme-li společné body přímek tohoto svazku s naší kuželosečkou, dojdeme po úpravě ke vztahu  $x = (q - 1)/(q - 2)$ . Pro  $q \neq 2$  dostáváme jediný průsečík, pro  $q = 2$  společné body neexistují a přímka  $y = x + 2$  je druhá asymptota.

Naše kuželosečka je tedy hyperbola s asymptotami  $x = 1$  a  $y = x + 2$ . (Je samozřejmě nutno vyloučit případ, že jde o dvě různoběžky. To je téměř očividné, ale studenty je nutné na to upozornit. Vnímavější studenti by na to mohli upozornit sami, těch bych si velmi vážil.)

Při vyšetřování naší kuželosečky je ovšem možno postupovat také jinak, využít možnosti úpravy na tvar  $y = (x^2 + x - 1)/(x - 1)$  ukazující, že kuželosečka je grafem funkce. Dále využijeme „starých“ znalostí dělení polynomů a dojdeme k vyjádření  $y = x + 2 + 1/(x - 1)$ .

Zde se nabízí možnost pěstování „limitních představ“ ještě před zavedením  $\varepsilon$ - $\delta$  symboliky. Mám na mysli vedení studentů k úvahám o tom, jak souvisí graf této funkce s grafy funkcí  $y = x + 2$  a  $y = 1/(x - 1)$ , k úvahám o podobě grafu jednak v okolí bodu 1 a jednak

pro „velká“  $x$  (kladná i záporná). A opět na to stačí základní znalosti o zlomcích, již dávno probrané.

Nakonec lze hyperbolu na základě zjištěných skutečností přibližně načrtnout a teprve potom ji nechat nakreslit počítačem. Je rovněž nutné zhodnotit, které informace jsme našimi postupy získali přesně, které jen přibližně a které jsme nezískali vůbec. Bylo by např. zdlouhavé hledat vrcholy naší paraboly jako průsečíky s jejími osami, i když i to by mělo být dobrému gymnazistovi dostupné.

Příklad 2: Zjistěte, jakou kuželosečku představuje rovnice

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 + 3x - 5y + 2 = 0.$$

Řešení: Nyní už budu postupovat stručněji. Především je dobré nechat studenty nalézt mřížové body ležící na kuželosečce. Pohled na koeficienty a stará znalost, že  $2 + 2 = 4$  a  $3 + 2 = 5$  by je mohly (a měly) přivést k poznání, že na ní leží bod  $[1, 1]$ . Kuželosečka je tedy bodově reálná. Lze rovněž hledat průsečíky se souřadnými osami. Tak bychom našli i její body  $[0, 2]$  a  $[0, 1/2]$ .

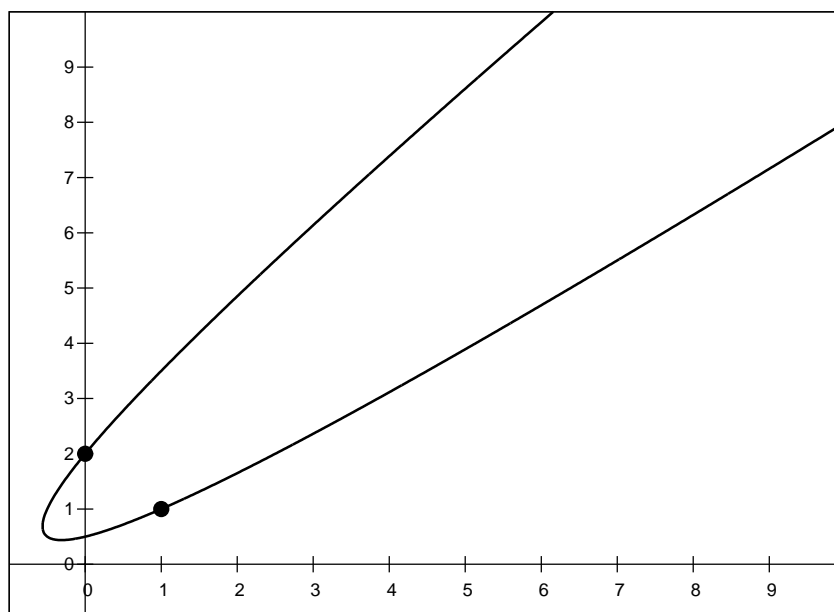
Dále již známým způsobem zjistíme, že směr  $(0, 1)$  není asymptotický, ale směr  $(1, 1)$  asymptotický je. Kuželosečka má tedy právě jeden asymptotický směr, mohla by to být parabola.

Zde nyní zkusme pokračovat takto: Zkoumejme společné body naší kuželosečky s přímkami kolmými na asymptotický směr, tedy s přímkami svazku  $y = -x + q$ .

Dojdeme ke kvadratické rovnici  $8x^2 + (8 - 8q)x + 2q^2 - 5q + 2 = 0$ , jejíž diskriminant je  $D = 32q$ . Tento velmi jednoduchý lineární výraz vede k následujícím úvahám:

Pro libovolné  $q < 0$  je diskriminant záporný, příslušná rovnice nemá reálné kořeny a přímka nemá s kuželosečkou společné body. Pro  $q = 0$  je diskriminant nulový, přímka je tečnou daného směru. Jestliže je  $q > 0$ , je diskriminant kladný a přímka je sečnou. Rostoucí diskriminant pro rostoucí kladné  $q$  dává představu průsečíků, které se od sebe neustále vzdalují. Odpovídá to parabole, jejíž osa má směr  $(1, 1)$  a která má vrcholovou tečnu o rovnici  $y = -x$ . Nyní je opět vhodné parabolu načrtnout (najít souřadnice některých dalších bodů, zvláště vrcholu) a konečně nakreslit pomocí vhodného programu. Někteří studenti dokážou program na kreslení kuželoseček sami vytvořit.





Závěr: Postup ukázaný zde na dvou konkrétních příkladech lze podstatně rozšířit a vytvořit tak algoritmus, vyšetřující kuželosečky zcela obecně pomocí zkoumání jejich incidence s přímkou. Je uveden např. ve velmi zajímavých skriptech *Analytická geometrie kuželoseček* (autor Leo Boček, učební text pro třídy se zaměřením na matematiku). Zkoumání kuželoseček (přesněji řečeno jejich afinní klasifikace) je tak převedeno na výpočet několika determinantů. Tento postup se zajisté hodí do matematických tříd, ale pro běžného gymnazistu je příliš abstraktní. A navíc vytvořením neselhávajícího algoritmu se vytratí kouzlo pokusu a omylu, kouzlo ověřování nápadu někdy okamžitého, jindy pracně hledaného.

Stojí za to vytvořit a připravit si soubor kuželoseček, které se uvedenými metodami dají bez větších problémů odhalit, které „dobře vycházejí“ a dají se dobře načrtnout. Jak jsem již poznamenal, hodí se řešení podobných úloh především do matematického semináře. Ale i v běžných hodinách se dá velmi dobře uplatnit alespoň několik příkladů na kuželosečky singulární jako materiál pro opakování rozkladu na součin podle známých vzorců a jiných elementárních úprav. Jejich starý český název „kuželosečky zvrhlé“ (německy „zerfallende Kegel-

schnitte“) dovede vždy pozornost septimánů a oktavánů alespoň na čas dostatečně upoutat.

Tento můj text by měl však také být skromným příspěvkem k oslavě kvadratické rovnice, jednoho z hlavních sloupů středoškolské matematiky, za který ji nikdy nepřestanu považovat.

# PEDAGOGICKÁ ČÁST

## CO MÁ ZNÁT A UMĚT PEDAGOG [CMZUP]<sup>1</sup>

JINDŘICH BEČVÁŘ

### Abstrakt

*Tento krátký příspěvek se snaží porovnat to, co se od pedagogů oficiálně žádá, s tím, co by od pedagogů požadováno býti mělo.*

### 1 Zneklidňující vzpomínky

Jedna z mých vzpomínek z dětství se váže ke slovnímu spojení, které jsem často slyšel jako nezúčastněná osoba – *Co má znát a umět pionýr* [CMZUP]. Musím poznamenat, že tato „vzdělávací“ kampaň prošla mimo mne bez odezvy, byl jsem ostatně členem Pionýrské organizace jen krátce: od roku 1960 do roku 1962, necelé dva roky.

Pozoruhodné je, že již roku 1959 brožurka *Co má znát a umět pionýr* varovala před biflováním a prosazovala to, čemu dnes říkáme kompetence. Je to jen pouhá náhoda?

*Přinesli jsme v brožurce základní látku, kterou je třeba si osvojit a vést pionýry k tomu, aby se naučili všemu, co obsahují jednotlivé požadavky. Přitom je nutno, aby se vyvarovali knižního „biflování“ ... [1]*

Marná sláva, jsem již pamětníkem. S velkým zneklidněním proto vnímám výraznou podobnost trendů současných a trendů let padesátých (a počátku let šedesátých). Současné tendence vyjádřené požadovanými procenty maturantů a vysokoškoláků a doprovázené mediálními zprávami, např. o dámské krejčově, která bude nyní studovat na

---

<sup>1</sup>Článek vyšel ve sborníku *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol* (ed. Lávička M., Bastl B.), Srní 6. – 8. listopadu 2008. Vydavatelství servis, Plzeň 2008, str. 53 – 58. Článek byl dne 18. 11. 2008 vystaven na stránce <http://www.stolzova.cz>.

Karlově univerzitě,<sup>2</sup> mi bohužel silně připomínají tehdejší snahu vyjádřenou heslem *Co Čech, to maturanť* provázenou novinovými články o dojičkách, hornících a popelářích intenzivně doplňujících své vzdělání. Neupírám nikomu právo na vzdělání a vzdělávání. Jsem však přesvědčen, že nárůstu vzdělanosti nelze dosáhnout bezduchou honbou za vyššími a ještě vyššími procenty, sepisováním rámcových a školních vzdělávacích programů, vystavováním většího a ještě většího počtu maturitních vysvědčení a rozdáváním vysokoškolských diplomů. Má snad někdo pocit, že kvalitu Ostravského kahanu pozvedneme tím, že na lahev nalepíme vinětu s nápisem Château Margaux?

O školských reformách napsal sérii článků Dag Hrubý [5], který je též autorem článku *Postavení matematiky na gymnáziu* [2]. Výstižnou kritiku současné situace ve školství podal nedávno Petr Piňha [6]. Viz též [2] a [3].

## 2 Pohled oficiálních institucí

### 2.1 CMZUP – RVP & ŠVP

Učitel – podle oficiálních institucí – **má znát** příslušný Rámcový vzdělávací program (RVP) a **má umět** sepisovat Školní vzdělávací program (ŠVP). Tyto dvě požadované schopnosti je možno označit za neklíčovější ze všech klíčových kompetencí učitele.

Pedagog má „vstřebat“ (netroufám si říci „nabiflovat“) vznešené, avšak nepříliš srozumitelné fráze uvedené v RVP, „rozpracovávat je“ a poté „zapracovat“ (netroufám si říci „přežvýkat“) do ŠVP.

O tom, že by měl dobře znát předmět, který vyučuje, že by měl mít dostatečně široký, všeobecně kulturní rozhled, že by měl největší energii věnovat výuce a přípravě na ni, jsem z oficiálních míst mnoho neslyšel. Odborná profesní úroveň učitele (znalost předmětu a jeho vyučování) se dnes nevyžaduje, spíše je na škodu. Opět je podstatné vytváření slohových cvičení, které vysiluje, psychicky vyčerpává, znepríjemňuje život a bere chuť do skutečné práce. Proč ještě nikdo nepřišel s nápadem, aby např. pekařský cech sepsal rámcový program na pečení chleba a pečiva a každá pekárna podle něho vyplodila svůj pekárenský program? Asi proto, že by vlastní pečení šlo stranou, zejména po stránce kvality.

---

<sup>2</sup>Viz Šůra A.: *Kdo nesmí na vysokou*. Respekt 2008, č. 9.

## 2.2 CMZUP – Další vzdělávání

Pedagog se má vzdělávat především na „netradičních vzdělávacích kurzech“,<sup>3</sup> na nichž učitelé hrají týmový golf, cvičí aerobik, vyrábějí maňásky, aby pak s nimi hráli „příběhy se šťastným koncem“, přenášejí míčky na desce s otvorem, ovazují se navzájem toaletním papírem, aby se stali mumii, pořádají turnaj v pexesu a jiných společenských hrách atd. Takovéto „netradiční formy vzdělávání“ má pedagog vnášet do své výuky, v jejich duchu má vzdělávat a vychovávat své žáky a studenty.

Petr Kukul se pozastavuje nad všeobecnou infantilizací života kolem nás, ukazuje, jak tento jev výrazným způsobem postihl i vzdělávání pedagogů.<sup>4</sup> Demokratizace našeho života se „vyšinula“ k ještě vyšším metám, neboť ve výše uvedeném smyslu může vzdělávat pedagogy opravdu kdokoli.<sup>5</sup> Takovéto vzdělávání však zvládne levou zadní každý, kdo má alespoň úroveň kulturního referenta bývalých rekreací ROH. Navíc – při patřičné snaze a stycích – získá na takovéto „vzdělávání“ nezanedbatelné prostředky, o které mu vlastně jde až v první řadě.<sup>6</sup>

Tento trend má bohužel zelenou. Na vzdělávací akce výše uvedeného typu jsou poskytovány finanční příspěvky z nejrůznějších zdrojů, fondů, grantů apod.<sup>7</sup> Podnikavci všeho druhu si spokojeně mnou ruce, trochu soudný člověk se chytá za hlavu. Na jedné straně jsou velkorýse poskytovány miliony na projekty, které jsou zcela pochybné od samého počátku, na druhé straně jsou připravována opatření, jejichž cílem je ušetřit finanční prostředky v oblastech, kde by se právě šetřit nemělo. Tuto situaci je možno charakterizovat slovy Jana Wericha: *Šetřit se musí, ať to stojí, co to stojí!*

<sup>3</sup>Viz např. Bihelerová M.: *Netradiční vzdělávání pedagogického sboru*. Učitel'ské noviny 2008, č. 17, str. 18.

<sup>4</sup>Kukul P.: *Stolzová o „netradičním vzdělávání pedagogického sboru“*. Pedagogický web Stolzová, 12. května 2008.

<sup>5</sup>Každý podle svých schopností, . . .

<sup>6</sup>. . . každému podle jeho potřeb.

<sup>7</sup>Viz např. Kukul P.: *Nesnesitelná dostupnost peněz*. Pedagogický web Stolzová, 30. 5. 2008.

### 2.3 CMZUP – Tvárnost pedagoga

Oficiální instituce v neposlední řadě požadují, aby byl pedagog dostatečně „tvárný“. Má vehementně podporovat každou reformu, která je mu shora několikrát během života naordinována, jeho vlastní názor musí jít stranou. Stejně jako v minulém režimu je mu dáno zcela jasně najevo, že podpora oficiálních stanovisek přináší prospěch a odpor bude naopak trestán. Ministr školství, mládeže a tělovýchovy v otevřeném dopise všem pedagogickým pracovníkům napsal v souvislosti s připravovaným zvyšováním učitelských platů, že

*... zvyšování mezd nelze do budoucna zajistit jen a pouze plošně pomocí tarifní složky platu. Nebylo by to správné. Ředitelé musí mít v ruce nástroj, jak ocenit profesionalitu a aktivitu při realizaci školské reformy, a to bez ohledu na věk a léta praxe. . . . 5 miliard Kč [se] dostane především k těm pedagogům, kteří splní kritéria dotačního programu, jehož prostřednictvím se budou peníze rozdělovat. . . . Aktivní a profesionální pedagog je ústřední postavou celého vzdělávacího systému a hybnou silou probíhající reformy.<sup>8</sup>*

Uvědomujeme si dostatečně jasně, jaké žáky a studenty vychovají tvární a příkrčení pedagogové? Přejeme si skutečně takový vývoj našeho školství?

### 2.4 Pláč sborovny české

Novela zákona o pedagogických pracovnících „upravuje“ termíny pro zahájení vysokoškolského studia pro ty pedagogy, kteří dosud příslušnou kvalifikaci nemají – termín byl posunut z konce roku 2009 do konce roku 2014. Nepodceňujeme přespříliš naše nevystudované „pedagogy“, dáваме-li jim na vyplnění přihlášky k vysokoškolskému studiu více než **šest** let? Kolik let jim bude vyhrazeno na vystudování, mají-li šest let pouze na podání přihlášky?

Maturanti, kteří mohou nyní do škol jako učitelé nastupovat, musí vysokoškolské studium zahájit do dvou let. Jak asi vypadají tito maturanti, kteří žádnou vysokou školu nevystudovali a na vysoké škole dosud nestudují? Mohou to být ti, kteří nějakou střední školou se

---

<sup>8</sup>Britské listy, 5. června 2008.

čtyřkami prolezli a horko těžko vůbec odmaturovali, a k jinému zaměstnání se nehodí! Budou tedy nyní vytvářet „kádrovou rezervu“ pro naše školy a sborovny.

Neumím si představit, že nějaký podnik přijme řidiče, který se má do dvou let přihlásit do autoškoly, že nemocnice přijme chirurga, který má do dvou let začít studovat medicinu, že rekreační zařízení přijme plavčíka, který se má do dvou let začít učit plavat, a ministerstvo zahraničních věcí tlumočníka, který má do dvou let začít studovat jazyky. V našich školách je však možné všechno! Dobré učitele, kteří v minulých letech ze škol odešli, soustavně nahrazují důchodci a nekvalifikované síly. Tento proces bude patrně pokračovat. Navíc se dnes ke studiu učitelství již téměř nehlásí výborní maturanti a absolventi učitelství téměř do škol nenastupují. Budeme tedy z nekvalifikovaných učitelů „vyrábět“ kvalifikované v tzv. kombinovaném (dříve večerním nebo dálkovém) studiu.

Zmíněná novela ukazuje pokračující, oficiálně nastolenou katastrofální degradaci učitelské profese! Obsahuje mimo jiné i hrozbu pro nepohodlné učitele s vlastním názorem:

**Neprotestuj, nemel pantem, nahradí tě maturantem!**

### 3 Co by opravdu měl pedagog znát a umět

Jak již bylo výše uvedeno, důraz by měl být kladen v první řadě na odbornou a metodickou přípravu učitele (odborná a pedagogická kvalifikace, znalost předmětu a jeho vyučování) a na jeho další soustavný profesní růst. Prospěšné je obyčejné předávání zkušeností, uvádění začínajícího učitele do výuky zkušenějším kolegou.

Učitel matematiky působící na základní škole by měl dobře znát matematiku základní a střední školy, středoškolský profesor navíc základy matematiky vysokoškolské. Určitý nadhled nad látkou, kterou vyučujeme, je totiž pro naše dobré pedagogické působení nezbytný; k jeho rozvíjení slouží odborná literatura, knihy a časopisy, seriózní vzdělávací akce, semináře, konference a letní školy. Velmi užitečné jsou profesní kontakty a přátelství, která učitelé na těchto seminářích navazují. Poctivě odvedená práce, rozšiřování obzorů, vidění souvislostí, všeobecný rozhled, to vše vzbuzuje u studentů respekt.

Domnívám se, že by učitelé matematiky měli pečlivě sledovat Matematickou olympiádu a obdobné soutěže, s profesionálním zájmem

soutěžní úlohy řešit a vést své studenty k účasti v soutěžích, v SOČ, resp. v jiných odborných aktivitách. Na druhé straně by měl každý učitel chápat, že jsou i jiné předměty, jiné zájmy, které mohou studenty plně zaměstnávat. Svůj předmět bychom měli mít rádi, jeho vyučování by nám mělo přinášet uspokojení, a radost, kterou nelze ničím vyvážit.<sup>9</sup>

#### 4 Být Člověkem

Jsem přesvědčen, že dobrý pedagog by měl být hlavně **Člověkem**, měl by mít dobrý a vlídný vztah ke svým žákům a studentům. Nutným předpokladem je obecně dobrý vztah k lidem, na němž lze mnoho postavit: motivaci k intenzivnímu pracovnímu nasazení a k dalšímu vzdělávání, obětování vlastního pohodlí, seriózní přístup k profesi, přísnost, spravedlivost, ale velkorysost, nadhled atd.

Uvedme na závěr srovnání učitelského působení dvou vrstevníků: básníka, který byl profesí učitelem, a učitele, který byl též básníkem. Oba citáty se vztahují k počátku devadesátých let 19. století.

Básník Otokar Březina (vl. jménem Václav Jebavý, 1868-1929) se o své profesi a o svých žácích vyjádřil takto:

*Učitelství je těžký, robotný úřad vysilující duši, ochromující fantasi, pijící sílu z organismu. Děti, přicházející do školy, jsou zlé, svěhlavé, bludně vychované bytosti, rafinované, zlomyslné, zhýčkané, zbloudilé, instinktivně nepřátelské a ve velikém procentu úžasně neschopné. Vracím se po pěti hodinách vyučování fyzicky i duševně vysílen, disgustován, umrtven, zatemněn, tupý, mdlý a sešlý. Pouze noc jest vyhrazena mé duševní práci, a i tu nedostavuje se vždy dispoice, vstřebaná celodenním rozechvíváním nervového systému a stálým krácením intelektuálním.<sup>10</sup>*

Zdá se, že Otokar Březina nebyl dobrým učitelem, že měl „jiné priority“ než vyučování, vzdělávání a výchovu žáků. K dětem neměl žádný vztah, svoji učitelskou profesi chápal jako nutné zlo.

<sup>9</sup>O učitelích a jejich působení ve školách, o vyučování a výchově jsem psal podrobněji v článku [3].

<sup>10</sup>Anně Pammrové dne 8. října 1892.



Srovnajme výše uvedená Březinova slova s následující vzpomínkou Vladislava Šaka (1860-1943), vynikajícího českého středoškolského učitele matematiky a deskriptivní geometrie, vysokoškolského profesora deskriptivní geometrie, válečného korespondenta, diplomata, básníka a spisovatele. V předmluvě ke knize bulharského básníka Kyrila Genčeva Christova (1875-1944), jednoho ze svých žáků, který zcela ignoroval vědy matematické, V. Šak napsal:

*Před 40 roky Kyril Christov, hošík asi 15letý, zapsal se do V. třídy reálného oddělení sofijského gymnasia. Stal se mi nápadný svým výrazným nosem a horlivostí, s jakou si vybojoval místo v nejposlednější škamně školní síně. Záhy jsem poznal, že ten neposedný klučík nikdy nestane se zbožňovatelem nauky Gasparda Mongea. Při probírání nové látky vždy po lavicích jsem zkoumal vědomosti žáků a rušival jsem poklid i Kyrila Christova. Vždy mne překvapoval vyhýbavou odpovědí a nesmiřitelným pohledem. Jeho pohyblivé ruce jednou při tom cosi chvatně zastrkovaly do vnitřku škamny – byly to tužkou usmolené verše, jichž námětem nebyla deskriptivní geometrie. Při zkoušce z dospělosti na Kyrila Christova sneslo se milosrdenství Boží, jehož jsem byl poslušným nástrojem. Hlas svědomí ukonejšil jsem pomyslením, že Kyril Christov aspoň nikdy nezaviní sesutí se tunelu, anebo mostu, vybudovaného podle jeho plánu. I druzí kolegové, stejně jako já, byli přesvědčeni, že Kyril Christov, co živ bude, inženýrem se nestane. Filologové zato rozplývali se chválou o básnickém nadání a bohaté znalosti mateřské řeči toho přeubohého matematika.<sup>11</sup>*

Poznamenejme na okraj, že Vladislav Šak byl po celou dobu svých studií rebelujícím žákem a studentem, jehož studijní výsledky v žádném smyslu nelze označit za dobré. Vyrostl ve výraznou a široce uznávanou osobnost.

## Poděkování

Tento příspěvek byl inspirován tím, co dnes a denně vidíme kolem sebe, tím, co nás, učitele na základních, středních i vysokých školách, trápí a zneklidňuje. Byl podpořen postoji všech, kteří se snaží při

---

<sup>11</sup>Kyril Christov: *Symphonie Prahy*. Praha, 1932, předmluva.

svém učitelském působení podle svých sil a možností, podle svého nejlepšího vědomí a svědomí poctivě vyučovat, vzdělávat a vychovávat žáky, studenty, doktorandy a v neposlední řadě i své kolegy. Z celého srdce jim děkuji!

## Literatura

- [1] Pionýrské oddělení ÚV ČSM: *Co má znát a umět pionýr*. Praha, Mladá fronta, 1959.
- [2] Bečvář J.: *Matematika, vzdělanost a vzdělávání*. In Lávička M., Bastl B., Ausbergerová M. (ed.), 10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol. Srní, JČMF 2006, str. 49 – 63.
- [3] Bečvář J.: *Naše žhavá současnost*. In Bečvářová M. (ed.), O škole a vzdělávání. Praha, MATFYZPRESS 2007, str. 71 – 89.
- [4] Hrubý D.: *Postavení matematiky na gymnáziích*. In Bečvářová M. (ed.), O škole a vzdělávání. Praha, MATFYZPRESS 2007, str. 47 – 70.
- [5] Hrubý D.: *Školské reformy*. Učitel matematiky, **16** (2007/08), č. 2(66), str. 65 – 73, č. 3(67), str. 129 – 145, č. 4(68), str. 218 – 230.
- [6] Piřha P.: *Velká iluze českého školství*. Učitel matematiky, **16** (2007/08), č. 4(68), str. 231 – 242; též in Trojánek A., Novotný J. (ed.): *Matematika, fyzika a školství*. Sborník z XIII. semináře o filosofických otázkách matematiky a fyziky, Velké Meziříčí, srpen 2006. Velké Meziříčí 2008, str. 156 – 167.

Poznámka z května 2010: O životě a díle V. Šaka viz Bečvářová M.: *České kořeny bulharské matematiky*. Edice Dějiny matematiky, sv. 40, MATFYZPRESS, Praha 2009.

## K ČEMU MI TO BUDE?<sup>1</sup>

JINDŘICH BEČVÁŘ

S otázkou *K čemu mi to bude?* se dnes setkávají učitelé našich základních, středních, ale i vysokých škol čím dál častěji. Kladou ji v té či oné podobě žáci, studenti, jejich rodiče, objevuje se v rozhlase, v televizi, v tisku, i ve více méně specializovaných časopisech. Někdy je míněna zcela vážně, někdy trochu pořouchle, někdy je dokonce kladena jako razantní provokace. Bývá rovněž užívána k „likvidaci“ těch učitelů, kteří si i v dnešní době dovolí vyžadovat, aby se žáci a studenti ve škole poctivě vzdělávali, vychovávali, něco znali a uměli.<sup>2</sup>

Otázka *K čemu mi to bude?* se objevuje v mnoha konkrétních podobách. *Proč se mám učit řešit kvadratickou rovnici? Proč mám vědět, že Božena Němcová napsala Babičku? A proč mám vůbec vědět, že byla nějaká Božena Němcová, v kterém století žila a čím se zabývala? K čemu mi to bude? Proč se mám učit, kdo byl Karel IV., kdy žil, co vykonal a o co se snažil? Proč mám vědět, kdy byly první a druhá světová válka, jaké státy s námi sousedí, jaké je hlavní město Rakouska, jak dochází k zatmění Slunce a Měsíce, co říká gravitační zákon a co je krásnoočko zelené? K čemu mi to všechno bude? Proč mám jako maturant gymnázia vědět, jak se správně píše slova gymnázium a klasifikace?<sup>3</sup> Proč mám znát Pythagorovu větu, Archimédův zákon, chemický vzorec vody? Proč se mám naučit nazpaměť báseň Maryčka Magdonova? A proč se mám vůbec učit nějakou báseň? K čemu mi taková „obrovská vědomostní zátěž“ v životě bude?*

---

<sup>1</sup>Podpořeno projektem *Podpora technických a přírodovědných oborů* Operačního programu *Vzdělávání pro konkurenceschopnost* (CZ.1.07/4.2.00/06.0005). Mírně modifikovaná verze tohoto článku byla dne 30. 11. 2009 vystavena na webové stránce <http://www.stolzova.cz>.

<sup>2</sup>Slova *znát*, *umět* jsou dnes více méně **zapovězena**, není vhodné je používat ve školních vzdělávacích programech a obdobných materiálech. Zdá se, že je žádoucí, aby vstoupilo do obecného povědomí, že učitelé nemají právo vyžadovat, aby jejich žáci a studenti něco znali a uměli, a že podle současného pojetí **škola dnes již nemá být místem, kde by se naše mládež měla něco naučit**.

<sup>3</sup>Autor tohoto článku se nedávno na vysoké škole setkal s absolventem gymnázia, který psal *gimnázium*, *klasifikace*, *archymédes* atd. Se studenty obdobných kvalit se na vysokých školách setkáváme v poslední době velmi často.

Otázkami, k čemu to žákům, resp. studentům bude, velmi často šermují různí reformátoři a demagogicky vyžadují okamžitou a přesnou odpověď na zcela konkrétně formulovanou otázku, např. *K čemu v životě potřebujeme kvadratickou rovnici?*<sup>4</sup> *K čemu potřebujeme v životě znát chemický vzorec vody? Potřebujeme to vědět při pití?*

Odpovědět na otázku, k čemu budeme v životě potřebovat tu či onu izolovanou vědomost nebo dovednost, není dost dobře možné. Rozpaky, do nichž je tázaný učitel takovouto otázkou přiveden, jsou okamžitě tazatelem vnímány jako odpověď. A tazatel si pak odpoví sám: *Já to věděl! K ničemu mi to nebude!* Vzniklá situace je chápána jako dostatečný důvod, jako pádný argument, proč ve škole neprobírat kvadratickou rovnici, algoritmus dělení, Archimédův zákon, Boženu Němcovou, chemické reakce či cokoliv jiného, zejména to, co se tazateli nelíbí. A proto pryč s faktografickými znalostmi a s řadou dovedností, vždyť to přece v životě vůbec k ničemu nepotřebujeme! Naše veřejnost je již řadu let masírována právě takovými „logickými“ vývody. A na střední (vysoké) školy přichází každým rokem větší počet absolventů základních (středních) škol velmi málo poznamenaných znalostmi, dovednostmi a pracovními návyky, které dříve bývaly na střední (vysoké) škole téměř samozřejmostí.

Pokusme se zamyslet hlouběji nad smyslem výše formulovaných otázek a nad možnými reakcemi učitele. Pokusme se na otázku *K čemu mi to bude?* dát možné odpovědi či spíše nastínit vhodné repliky.

Učitel může problém uchopit „z druhé strany“ a říci asi toto.

Opravdu nevím, Pamelu, k čemu ti v životě bude to, co se nyní ve škole učíme. Mohu ti však zodpovědně sdělit, že když se to nenaučíš a když to umět nebudeš, **nebude ti to k ničemu**. Jinými slovy: cokoliv se naučíme, může se nám v životě hodit, a to, co se nenaučíme (ve škole nebo kdekoliv jinde), nám může v důležitých okamžicích citelně chybět. Čím více toho známe a umíme, tím více možností a příležitostí se nám v životě otevírá, tím širší uplatnění můžeme mít. To, že

---

<sup>4</sup>Tazatel si přitom většinou vybere oblast, s níž měl sám ve škole problémy, a svým způsobem si tak po letech odreaguje nějaký svůj starý komplex méněcnosti (tzv. *Minderwertigkeitskomplex*).

něco potřebujeme umět a neumíme to, můžeme zjistit poměrně pozdě, v době, kdy už není náprava možná, kdy už se prohospodařený čas získat nedá.

Učitel však může svoji odpověď rozvést a reagovat poněkud obsírněji.

Buď tak hodný, milý Pepíčku, a přines mi zítra podrobný seznam toho, co budeš v příštích šedesáti letech svého života všechno dělat. Kde budeš bydlet, kde budeš zaměstnán, jakou práci budeš celá ta dlouhá léta vykonávat, jaké budou tvé veškeré pracovní povinnosti, jak budeš trávit volný čas, kam budeš jezdit na dovolenou, jakou budeš mít rodinu, co budou dělat tvoje děti a vnoučata, jaké budou jejich zájmy, zda budou studovat a jaký obor, zda jim budeš chtít pomáhat, zda s nimi budeš chtít hovořit, zda budou ony chtít mluvit s tebou a o čem a tak dále atd. Hlavně mi napiš, v jakých situacích se kdy v životě ocitneš. Teprve potom, až se toto všechno od tebe dozvím, ti budu moci sdělit, co se ti bude v životě hodit z toho, co se dnes učíme. Jinak na tvou otázku nelze rozumným způsobem odpovědět.

Předchozí odpověď je značně ironická. Zhruba totéž lze říci i jinými slovy.

Milý Pepíčku, musíš si uvědomit, že dnes vůbec netušíš, co tě v životě potká, co budeš a co nebudeš v životě potřebovat. Mám-li dnes s sebou deštník, hodí se mi, když prší. Neprší-li, nosil jsem jej celý den zbytečně. Mám-li v autě hasicí přístroj, budu jej potřebovat, pokud auto začne hořet. Nasetkám-li se s požárem, nepoužiji jej, je zbytečný. A protože nevím, co nastane, co se přihodí, hasicí přístroj raději vozím. Navštěvoval-li jsem kurzy sebeobrany, budou mi k ničemu, když mě nikdo nepřepadne. Nemám-li elementární znalosti o první pomoci, nezachráním patrně život svých blízkých při případné havárii. Neumím-li plavat, mohu se utopit i ve zcela banálních situacích. Nenaučím-li se cizí jazyk, nebudu moci využít řadu možností, které se mi třeba v životě naskytnou. Nebudu-li umět matematiku a základy přírodních věd, uzavírám si mnohé cesty, kterými bych se mohl v životě dát (existuje velké spektrum pracovních míst, kde jsou tyto dovednosti nutným předpokladem, např. všechny technické profese).

Pokud by před sebou měl učitel vyspělejší studenty a chtěl pojmut svoji odpověď více filozoficky, mohl by se zmínit např. o Karlu Raimondu Popperovi (1902-1994), významném filozofovi 20. století, a připomenout některé jeho myšlenky: *budoucnost je otevřená, do značné míry nepredikovatelná*. Nevíme, kam se bude ubírat svět, jak se bude vyvíjet celá naše společnost. Vývoj společnosti pochopitelně podstatně ovlivňuje osudy všech jedinců, kteří do ní patří, nikdo z nás nemůže s jistotou říci, co ho v životě čeká, co ho potká. Podle K. R. Poppera je život *řešení problémů*.<sup>5</sup> Nevíme však, jaké problémy před nás budoucnost postaví. Proto je rozumné se snažit být všestranně připraveni.<sup>6</sup> Otázka, k čemu mi to bude, není zodpověditelná, protože nevíme, co bude, protože budoucnost neznáme.

Jiná možnost odpovědi je rovněž ironická.

Milý Honzíku, ve škole se učíš rozmanité věci, s mnohými se budeš v životě při různých příležitostech – a často zcela nečekaně – setkávat. Nebudeš-li vědět nic o kvadratické rovnici, budeš-li připisovat napsání *Babičky* Karlu IV., druhou světovou válku řadit do 19. století, Itálii mezi naše sousedy, gravitační zákon do psychologie, připíšeš-li kosinovou větu Janu Sladkému Kozinovi<sup>7</sup> atd., budeš mnoha lidmi hodnocen jako primitiv.<sup>8</sup> A úroveň svých znalostí si mimoděk vybereš společnost, v níž se budeš moci pohybovat, společnost obdobných „vzdělanců“. Záleží jen na tobě, do jaké společenské vrstvy chceš patřit, mezi jakými lidmi se chceš pohybovat, jaký respekt chceš v té či oné společnosti mít.

<sup>5</sup>Popper K. R.: *Život je řešení problémů*. Mladá fronta, Praha 1998; Popper K. R.: *Věčné hledání. Intelektuální autobiografie*. Vesmír, Prostor, Oikoymenh, Praha 1995; Popper K. R.: *Bída historicismu*. Oikoymenh, Praha 1994; Popper K. R., Lorenz K.: *Budoucnost je otevřená*. Vyšehrad, Praha 1997.

<sup>6</sup>Lze připomenout i známou myšlenku: *štěstí přeje připravenému*.

<sup>7</sup>Připomeňme známé znění Kozinovy věty: *Logaritme, Logaritme, toho bohda nebude, aby český král ponořený do kapaliny byl nadlehčován silou, která se rovná součtu čtverců nad oběma odvěsnami*. Autor tohoto článku se děsí toho, že takovéto vykonstruované legrácky dob minulých se mohou stát smutnou skutečností, každodenní školní realitou.

<sup>8</sup>A musím ti ještě vysvětlit, milý Honzíku, že slovo *primitiv* je v některých společenských vrstvách nahrazováno slovy obdobného významu, z nichž některá patrně znáš: hlupák, blbec, pitomec, ignorant, dement, vygumovaná hlava, dutohlav, tupec, trouba, kretén, debil, imbecil, idiot, chudák, duševní ubožák, zabeďněnec, nevzdělanec, omezenec, vypatlanec, tele, vůl, osel, boží hovádko, hovado apod.

Učitel by měl umět se svými žáky a studenty upřímně a přátel-  
sky pohovořit a sdělit jim některé své životní zkušenosti (pozitivní  
i negativní), třeba takto.

Studoval jsem s chutí matematiku a fyziku, chtěl jsem být učitelem  
těchto dvou předmětů. To se mi opravdu splnilo. A protože jsem se  
ve škole také dobře naučil mateřskému jazyku a hodně jsem četl, měl  
jsem velkou slovní zásobu, dobře jsem se vyjadřoval, stručně a jasně  
formuloval myšlenky, úspěšně jsem se uplatnil i jako autor učebnic  
a redaktor odborného časopisu. A právě jako redaktor jsem pak jez-  
dil do německy mluvících zemí, protože jsem se ještě ve škole naučil  
výborně německy. Získal jsem podstatně širší uplatnění, než jsem kdy  
očekával, využil jsem toho, že jsem více věcí dobře uměl. Do jiných  
zemí jsem však jako redaktor jezdit nemohl, protože jsem se nenaučil  
další jazyky. Mrzelo mě to, uvědomil jsem si, že jsem v mládí hodně  
času promarnil. Při zaměstnání a rodině se dvěma dětmi se to dohnat  
již nedalo.<sup>9</sup>

Vytrhnout z kontextu jednu dílčí věc a ptát se, k čemu ji v životě  
budeme potřebovat, je nesmyslné a demagogické. Nedávno jsem vi-  
děl v televizi trénink fotbalistů. Dělalí kliky, shyby, kotrmelce a řadu  
dalších podivných cviků, které vůbec neumím pojmenovat. Proč se  
nikdo neptá trenéra, z jakého důvodu nutí své svěřence při každém  
tréninku tyto podivnosti provádět, ačkoliv je při fotbalovém zápase ne-  
použijí? Nikdy jsem při zápase neviděl fotbalisty dělat na hřišti shyby  
a kliky. Každý však patrně chápe, že při tréninku fotbalisté posilují  
nejrůznější svaly, získávají sílu, hbitost, rychlost, vytrvalost, rozvíjejí  
pohotovost reakce atd.; často hovoříme o formě, fyzičce, kondici apod.  
Ještě jsem se nesetkal s otázkou, k čemu potřebují fotbalisté provádět  
při tréninku všechny ty cviky, k čemu jim to bude. Položit takovou  
stupidní otázku snad opravdu ještě nikoho nenapadlo. Přesto je to  
otázka obdobného charakteru jako ta, proč se ve škole učíme vyjme-  
novaná slova, hlavní města evropských zemí, procenta, trojčlenku atd.  
Tak jako fotbalisté rozvíjejí při tréninku zejména své fyzické doved-

---

<sup>9</sup>Učitel může tímto způsobem sám sebe uvést na jedné straně jako *příklad*,  
na druhé jako *odstrašující příklad*. U studentů může výrazně „zabodovat“ svou  
upřímností a nadhledem a být pro ně osobností, které budou důvěřovat. Pak bude  
mít velký a všestranný vliv na jejich výchovu i vzdělávání.

nosti (ale i fotbalové „myšlení“), snaží se učitelé ve škole všestranně pěstovat *rozumové schopnosti* svých žáků a studentů, utvářet jejich pracovní návyky, posilovat jejich paměť, otevírat jim cesty do jednotlivých sfér života společnosti, rozšiřovat ve všech směrech jejich obzory. Stručně řečeno, škola má všestranně rozvíjet ducha (a při tělocviku i tělo) a morálně volní vlastnosti.

Výše uvedený příměr lze využít i jinak. Fotbalový trénink se totiž koná pravidelně, stejné průpravné cviky a stejné prvky fotbalové hry fotbalisté opakují (s mírnými modifikacemi) soustavně, po celá léta své aktivní sportovní dráhy.<sup>10</sup> Je to dřina, je to řehole, je to dril.<sup>11</sup> A právě takováto soustavná a tvrdá práce přináší výsledky a úspěch. Nikoho ještě nenapadlo vychovat budoucí fotbalové reprezentanty tak, že místo pravidelných tréninků se budou čas od času dívat na internet, kde lze nalézt pravidla fotbalu, zhlédnout jak celá utkání, tak zajímavé okamžiky různých zápasů. Řada školských reformátorů a jiných veleduchů se však právě touto cestou snaží reformovat školu a vzdělávání. Odstranit ze školy procvičování jednotlivých dovedností (hanlivě označované jako dril), likvidovat výcvik paměti ( pryč s faktografií, učním se básní apod.), vymýtit soustavnost, ukázněnost, cílevědomost, budování pracovních návyků. Své konání zdůvodňují demagogickým způsobem. Proč máme děti ve škole učit psát do písanek, když budou psát jen na klávesnici počítače?<sup>12</sup> Proč máme učit děti počítat, když mají kalkulačky? Proč mají znát hlavní města evropských zemí, když si je najdou na internetu? Proč máme procvičovat pravopis a psát diktáty, když můžeme kdykoliv použít slovník, pravidla pravopisu, internet, korektor příslušného editoru? Proč se vůbec máme učit nějaká fakta a rozvíjet nějaké dovednosti? Odpověď je poměrně jednoduchá. Nenaučíš-li se, milý Pavlíku, ty či ony dovednosti, předběhnou tě všichni, kteří se je naučili. Představ si, jak asi dopadne fotbalový zápas, když hráči jednoho mužstva budou při hře listovat v pravidlech

<sup>10</sup>Mnozí trénují poměrně intenzívně i později, aby si udrželi dobrou kondici.

<sup>11</sup>Trénink sportovců, soustavná cvičení hudebníků, zkoušky herců, tanečníků, zpěváků atd. – to je neustálé opakování, pilování a vybrušování jednotlivostí a jejich skládání do harmonického celku. Populárně se říká, že trénují, resp. cvičí *až do zblbnutí*. Tak to však musí být, jinak se kvalitní výsledek nedostaví.

<sup>12</sup>Četl jsem v tisku o mladé doktorandce pedagogické fakulty, která propaguje likvidaci psacího písma a vyvíjí jakési zjednodušené znaky, slyšel jsem o učitelce na základní škole, která děti učí psát pouze tiskacím písmem.



fotbalu a čas od času odbíhat ze hry podívat se na internet, co mají v dané situaci dělat. Jsou-li hráči druhého mužstva vychováni „klasickým způsobem“, je jasné, jak zápas dopadne. Představ si ještě, že ležíš na operačním stole a chirurg nepoznamenaný znalostmi a dovednostmi každou chvíli odbíhá vyhledat si na internetu návod na další krok, kterým operace pokračuje, a obrázek nástroje, který k němu potřebuje. Nikdo z nás by patrně nechtěl být takto operován. Skutečné dovednosti je třeba získávat důkladným, dlouhodobým nácvikem a je třeba udržovat je v aktivní podobě, aby se vůbec dalo o dovednostech mluvit. Žádnou dovednost, milý Pavlíku, nezískáš tím, že se pouze podíváš do slovníku, encyklopedie nebo na internet. A cesta k profesionalitě v tom či onom směru by měla přirozeným způsobem začít v dětském věku nabýváním širokých znalostí a rozvíjením všestranných schopností. Školní výuka by měla dětem otevírat dveře do velké řady sfér lidského konání, ukazovat jim bohatost a pestrost světa, snažit se v nich budit zájem o nejrůznější činnosti a aktivity a inspirovat je k jejich soustavnému rozvíjení. Toho však není možné dosáhnout neustálým redukováním obsahu vyučované látky, unáhleným zaváděním nových předmětů s atraktivními názvy a nejasným obsahem a pouhým odkazováním na vyhledávání informací na internetu nebo v encyklopediích.

Milý Františku, nakonec je třeba se zmínit ještě o jedné velmi důležité věci. Znalosti a dovednosti, které člověk získá, mu přinášejí uspokojení a radost, výrazným způsobem mu obohacují život. Dávají člověku dobrý pocit z toho, že něco ví, něco zná a umí, že pochopil mnohé věci kolem sebe, že alespoň trochu rozumí světu, který ho obklopuje. Vzděláváním člověk získává větší rozhled, jistý pocit sebedůvěry a určitě sebevědomí. Nevzdělaní lidé jsou ochuzeni o mnoho krásného, co na světě existuje. Bohužel, ve věku, v němž se nyní nacházíš, si tento aspekt ještě nemůžeš dostatečně jasně uvědomovat a snad jej ani nepovažuješ za tak důležitý. To se však časem může zcela zásadně změnit a patrně i změní.

*... jedním z mnoha velkých zdrojů štěstí je náhlé pochopení nějakého nového rysu tohoto nepochopitelného světa, v němž žijeme, a naší nepochopitelné role v něm. (K. R. Popper)*

**Poznámka na okraj.** Autor tohoto textu se nedomnívá, že vše, co se na jednotlivých školách učí a co někteří učitelé od svých žáků a studentů někdy vyžadují a v jaké podobě, je rozumné. To je však jiný problém, problém kvality a úrovně škol, ředitelů a učitelů. Otázkami, co a jak učit a naučit, v jakém sledu a v jakých souvislostech, se v našich zemích již od druhé poloviny 19. století zabývali rutinovaní odborníci se širokým rozhledem a obrovskou pedagogickou zkušeností. Současná reforma zaúkolovala zodpovězením těchto otázek jednotlivé školy; na mnoha z nich byli pak řešením takovýchto problémů pověřeni nejmladší učitelé, kteří ještě nemají a nemohou mít ani širší odborný rozhled ani větší pedagogickou zkušenost. A o tom, co je rozumné a nerozumné vyučovat v matematice, jakým způsobem a v jakých souvislostech, a proč se probírají některá témata (algoritmus dělení, procenta, kvadratická rovnice apod.) snad někdy příště.

# JAK ZVELEBIT UČITELSTVÍ<sup>1</sup>

JINDŘICH BEČVÁŘ

## Abstrakt

První část příspěvku rekapituluje současný neutěšený stav učitelského vzdělávání, druhá navrhuje možnou cestu k nápravě. Předkládá mechanismus profesního růstu učitelů založený na dvoustupňovém systému atestací.

\* \* \* \*

*Úroveň školství i úroveň vzdělanosti v naší zemi závisí ve značné míře na všestranně kvalitním působení učitelů. Zkvalitnění práce učitelů dosáhneme zejména zlepšením práce fakult vychovávajících učitelů, zlepšením pracovních podmínek učitelů na školách, zlepšením ekonomického i morálního ocenění učitelů všech stupňů a typů škol, pestrým a kvalitním dalším vzděláváním učitelů (v oboru i v jeho vyučování), diferenciací mezi učiteli, aktivizací učitelů atd. Půjde však o složitý a dlouhodobý proces, ve kterém musí hodně práce vykonat sami učitelé. ([3], str. 26)*

Těmito slovy jsem roku 1993 uvedl svůj třetí článek o atestacích nazvaný *Atestace pro učitele škol třetího stupně* [3] (viz též [1] a [2]). Od té doby již uplynulo více než patnáct let a situace v našem školství se nezlepšila (viz např. [4], [5], [6], [10]). Některé úvahy o různých koncipovaných atestacích a kariérním řádu učitelů se čas od času objevovaly jak počátkem devadesátých let, tak později (viz např. [13], [14], [7]), a v posledních měsících opět nabyly na aktuálnosti (viz např. [9]). Závažným problémem, který s atestacemi či kariérním řádem učitelů souvisí, je uvedení absolventů učitelského studia do jejich každodenní práce ve škole (viz např. [11] a [12]).

---

<sup>1</sup>Podpořeno projektem *Podpora technických a přírodovědných oborů* Operačního programu *Vzdělávání pro konkurenceschopnost* (CZ.1.07/4.2.00/06.0005). Předneseno na konferenci *Hledisko kvality v přípravě učitelů*, Srní 21. – 22. dubna 2009.

### Neblahý současný stav

V posledních letech pozoruji při výchově budoucích učitelů<sup>2</sup> řadu negativních jevů. Potvrzují se mi rovněž při dalším vzdělávání učitelů z praxe, při nejrozličnějších setkáních s učiteli základních a středních škol (konference, semináře apod.) i při rozhovorech s kolegy, kteří rovněž působí na vysokých školách. Neblahý stav současného studia učitelství i učitelství jako takového shrnuji do následujících bodů:

1. K vysokoškolskému studiu učitelství se hlásí **málo** absolventů středních škol. Většina z nich má **podprůměrné znalosti a dovednosti**, mnozí měli na střední škole trojky, někteří nematurovali z předmětů, jejichž učitelství hodlají studovat.
2. Někteří studenti již při nástupu na učitelské studium otevřeně říkají, že **nikdy učit nechtěli, nechtějí a ani učit nebudou**.
3. Většina studentů učitelství **nemá valný zájem ani o zvolený obor studia** (tj. o předměty aprobace), **ani o učitelskou profesi**, k jejímuž vykonávání se na vysoké škole připravují, resp. mají připravovat. O některých lze dokonce říci, že **nemají zájem o žádné studium**, že jen při minimu vynaložené námahy setrvávají na vysoké škole a „čekají“ zde na udělení vysokoškolského diplomu.<sup>3</sup>
4. Již na počátku vysokoškolského studia prokazují mnozí studenti **obrovské nedostatky** nejen ve znalostech a dovednostech v předmětech, které studují, ale i **v obecné připravenosti na jakékoli studium**. Mají značné problémy s mateřským jazykem (pravopis, sloh), závažné potíže jim činí vnímání mluveného slova (přednášky) a porozumění psanému textu (samostatné studium), neznají význam řady běžně užívaných slov, mají problém napsat smysluplnou větu, souvětí, odstavec souvislého textu, postrádají schopnost soustředit se po určitou dobu

---

<sup>2</sup>Jedná se o studenty učitelství matematiky v kombinaci s deskriptivní geometrií, fyzikou, informatikou, zeměpisem, biologií, chemií a tělesnou výchovou (učitelské studium na MFF UK, PřF UK, FTVS UK).

<sup>3</sup>Toto tvrzení platí i o mnoha studentech jiných vysokých škol, jiných programů, oborů, zaměření atd.

na nějaký problém či úkol. **Vyučovat takovéto studenty čemukoliv je velmi obtížné.** Příčinou této situace je mimo jiné i to, že absolventi středních škol nebyli během svého předchozího studia na základní a střední škole vedeni k soustavné práci a k zodpovědnosti za svůj výkon, nenaučili se plně se soustředit na studované téma, na řešený problém, nezískali potřebný objem znalostí a dovedností. Jejich **psychika je silně ovlivněna** vymoženostmi nové doby (mobily, SMS, PC, počítačové hry, chat, internet, poslech hudby při jakékoli příležitosti a činnosti atd.).

5. Mnozí **absolventi učitelského studia do škol vůbec nenastupují.** Jiní přicházejí do škol s velkým odhodláním dobře vyučovat, dobře vzdělávat a dobře vychovávat; po krátké době však své ideály ztrácejí a ze školství znechuceně odcházejí.
6. V uplynulých dvou desetiletích **odešlo ze škol z řady důvodů mnoho kvalitních učitelů,** kteří již ve školách delší dobu pracovali. Rozbor příčin jejich odchodu by mohl být tématem samostatného článku.
7. Na školách dnes působí **mnoho nekvalifikovaných učitelů a učitelů bez patřičné aprobace** – uvádí se, že více než dvacet procent (v některých regionech dokonce přes třicet procent). Často se jedná o lidi, kteří v jiných zaměstnáních neuspěli a jdou vyučovat „z nouze“. Situaci ještě do značné míry zachraňují důchodci z učitelských řad. Ministerstvo tuto situaci zná, má k dispozici poměrně přesná statistická data. Problém však řeší udělováním výjimek a soustavným změkčováním podmínek pro ty, kteří vyučují bez patřičného vzdělání, bez potřebné aprobace, i pro ty, kteří do škol bez potřebného vzdělání nastupují. Vláda již schválila návrh novely zákona o pedagogických pracovnících, podle níž musí nekvalifikovaní učitelé nastoupit do vysokoškolského studia nejpozději roku 2014! Noví „učitelé“ musí začít studovat nejpozději dva roky po nástupu do školy, učitelé nad 45 let s více než desetiletou praxí si vzdělání doplňovat nemusí vůbec!<sup>4</sup>

Z výše uvedených důvodů je současná **školská reforma** (která bezprostředně navázala na transformaci našeho školství probíhající od

---

<sup>4</sup>Jsem si plně vědom toho, že existují i dobří učitelé, kteří mistrně ovládají svůj předmět i učitelské řemeslo, ačkoliv neabsolvovali žádnou pedagogickou přípravu.

počátku devadesátých let) **odsouzena k nezdaru. Nemůže přinést rozumné výsledky.** Zdá se mi, že jejím hlavním cílem je umožnit některým subjektům a jedincům čerpání závratných finančních prostředků z nejrůznějších fondů (školení učitelů o rámcových a školních vzdělávacích programech, o klíčových kompetencích a moderních vyučovacích metodách, o standardu učitele, granty na zjištění faktů, která jsou obecně známá, velkoryse financované projekty, jejichž výsledky jsou po čase anulovány, organizace plytkých diskusí apod.). Tyto peníze však citelně chybějí učitelům a školám.

*Jen velmi bohatá nebo velmi hloupá země si může dovolit vypracovávat pro každou generaci studentů nové pojetí studia.* To napsal Konrad Paul Liessmann (nar. 1953), který byl nedávno v Rakousku vyznamenán titulem „Vědec roku 2006“, v knize *Teorie nevzdělanosti. Omyly společnosti vědění* [8] (viz str. 126 v tomto sborníku).

## Návrh řešení

Domnívám se, že existuje poměrně jasná cesta ke zlepšení současného stavu, ale není vůle se po ní vydat. Stačilo by „poměrně málo“. Finanční prostředky, které jsou již řadu let věnovány na soustavné reformování a kterými jsou podporovány nejrůznější projekty pochybného zaměření, by bylo třeba poskytnout na **vybudování kvalitního systému profesního růstu učitelů doprovázeného významným platovým postupem.** Současně by bylo zapotřebí **vyvážit práva a povinnosti studentů a učitelů a neotravovat učitele sepisováním nesmyslných slohových cvičení.** Učitelské povolání by se po nějaké době stalo opět atraktivní profesí, k jeho studiu by se hlásili kvalitnější maturanti, na vysokých školách by se studenti učitelství zodpovědněji připravovali na své povolání, absolventi učitelského studia by do škol opravdu nastupovali a ze škol neutíkali. K dalšímu vzdělávání a profesnímu růstu by byli motivováni jednak finančně, jednak narůstající společenskou prestiží. Muselo by se však jednat o systém, který bude fungovat dlouhodobě.

Jednou z možností profesního růstu učitelů se mohou stát tzv. atestace. O jejich zavedení se hovořilo a psalo již před patnácti lety, krátce po pádu minulého režimu (viz např. [1], [2], [3], [13], [14]).<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup>Dnes se opět o atestacích hovoří, ale ve zcela jiném smyslu.

V následujících odstavcích se vrátím ke svým tehdejším myšlenkám; budu jen mírně modifikovat to, co jsem napsal v letech 1991 až 1993. Pokusím se znovu načrtnout své představy o atestacích učitelů působících na třetím stupni.<sup>6</sup>

### Atestace

Profesní růst učitelů by měl být postaven na **zdokonalování odbornosti** (předměty aprobace) a **pedagogické zdatnosti** (umění vyučovat). Základem uvažovaného kvalifikačního růstu učitelů by se mohl stát dvoustupňový, dobře koncipovaný systém atestací.

Atestace by neměly být povinné. S jejich úspěšným absolvováním by však mělo být bezprostředně spjato udělení tzv. *definitivy* (tj. pracovní poměr na dobu neurčitou, případně určitá záruka místa v daném regionu – ekonomická „jistota“), udělení pracovního označení *profesor* (společenská prestiž) a zařazení do vyšší kvalifikační třídy (platový postup). Učitelé by se proto ve vlastním zájmu měli snažit se atestačním podrobovat.

Atestace by se měly týkat zejména nastupující generace, mladých učitelů, kteří začali vyučovat v posledních deseti letech. Systém by měl postupně „nabíhat“. Starší učitelé by se mohli rovněž zapojit, nikdo by je však k tomu neměl nutit. Neměli by být zřízením atestací finančně znevýhodněni. Plošné zavedení atestací by patrně nebylo organizačně a ekonomicky zvládnutelné.

### Atestační komise

Atestace by měly být organizovány nezávislými komisemi, jejichž členy by měli být profesoři a docenti z fakult připravujících budoucí učitele a zkušení středoškolští učitelé. Pro každý předmět by měly v ČR existovat nejvýše dvě až tři atestační komise (Čechy, Morava a Slezsko), které by působily při respektovaných fakultách (pro daný předmět)<sup>7</sup>.

---

<sup>6</sup>Domnívám se, že pro učitele působící na druhém stupni by nebyl problém návrh modifikovat. Atestace učitelů druhého stupně a třetího stupně by měly být organizovány odděleně, oba tyto projekty by však měly být vytvořeny na stejném principu.

<sup>7</sup>Atestační komise pro učitele matematiky působící na třetím stupni by bylo účelné zřídit při MFF UK a PřF MU.

Malý počet atestačních komisí je nutným předpokladem k udržení vyrovnané úrovně atestací. Komise by měly být pravidelně obměňovány. Jejich činnost by měla být honorována (pokud by tuto aktivitu neměli členové komisí přímo „v popisu práce“).

### První atestace

Zaměření první atestace by mělo vést začínajícího učitele hned na počátku jeho učitelské dráhy k hlubšímu poznání předmětů jeho aprobace a k perfektnímu zvládnutí výuky tohoto předmětu. V žádném případě by nemělo učitele odvádět od jeho práce ve škole (např. sepisováním formálních slohových cvičení nebo studiem „tvrdé vědy“), ale naopak ho ihned po absolvování vysoké školy motivovat k dokonalému ovládnutí učitelské práce.

První atestace by měly být spjaty s předměty aprobace. Učitel, který má např. aprobaci pro matematiku a fyziku, by absolvoval první atestaci z matematiky a první atestaci z fyziky.

První atestace by neměla být další prověrkou znalostí získaných na vysoké škole, tj. jakousi další magisterskou zkouškou, ani prověřením hlubších znalostí předmětu aprobace získaných dalším samostatným studiem, ani kontrolou znalostí teoretických partií pedagogiky, psychologie, oborové didaktiky apod. První atestace by měla být přímým a zcela konkrétním potvrzením těch znalostí a dovedností, které bezprostředně souvisejí s výkonem učitelského povolání (výklad nové látky, řešení úloh a praktických cvičení, příprava pokusů, odpovědi na dotazy studentů, konzultace, pohotovost k suplování apod.), které absolvent učitelského studia rozvine v prvních letech svého učitelského působení. Měla by vést začínajícího učitele k tomu, aby se hned od začátku své učitelské dráhy snažil hlouběji seznámit s celou vyučovanou látkou svého aprobačního předmětu, aby zvažoval různé způsoby výkladu a výuky, po všech stránkách se uvědoměle zlepšoval, sledoval novinky ve svém oboru, odborné soutěže žáků a studentů, aby byl průvodcem nejlepších studentů a současně oporou slabších. Měl by být motivován ke studiu knih a pramenů, které rozšiřují obzory a ukazují širší souvislosti, ke sledování časopisů a webových stránek, které se výuky jeho předmětu týkají. Hlavním cílem první atestace by měla být soustavná a dlouhodobá příprava učitelů na atestaci, nikoli atestace samotná. Příprava na první atestaci musí být bezprostředně



spjata s dobrým výkonem učitelské profese, nesmí učitele od poctivě vedené výuky a od práce se studenty odvádět.

První atestace by měla být promyšleně vybudovanou překážkou, kterou by špatní učitelé nepřekonali a dobří učitelé by s ní – po zodpovědné přípravě – neměli mít problémy.

Systém prvních atestací by měl být vypracován tak, aby byly dostatečně vystiženy specifické rysy a problémy jednotlivých předmětů, a současně tak, aby základní pojetí atestací bylo všem předmětům společné.

Složení prvních atestací z obou předmětů své aprobační by dvouoborový učitel získával *definitivu*, označení profesor a vyšší platovou třídu. Jednooboroví učitelé by skládali atestaci jen z jediného předmětu; na většině škol však asi nemají jednooboroví učitelé plné úvazky, málokdy tvoří jádro učitelských sborů. Vzhledem k nevelkým hodinovým dotacím jednotlivých předmětů lze těžko předpokládat udělování *definitivy* jednooborovým učitelům (s výjimkou jazykářů).

### Náplň prvních atestací

První atestace by mohla mít následující náplň.

- a. Vhodně sestavený test by umožnil posoudit šířku a hloubku znalostí učitele (látka předmětu aprobační, její nepřilíš velká nadstavba, širší souvislosti), jeho rozhled, kvalitu písemného projevu a schopnost odpovídat na dotazy nadaných a zvědavých studentů. Součástí testu by mohlo být i vyřešení dvou či tří obtížnějších cvičení či praktických problémů (podle charakteru předmětu). Soubor takovýchto testů by měl být dostatečně bohatý, musel by být kvalitně vytvořen, aby dával jasný obraz o znalostech a dovednostech učitelů. Konkrétní test by byl zadáván losem. Bylo by rozumné doporučit učitelům dané aprobační několik knih, na jejichž základě by byly testy sestavovány, sledování některých odborných časopisů, webových stránek apod.
- b. Asi patnáctiminutový výklad jednoho tématu uvažovaného předmětu aprobační by umožnil posoudit odbornost a vyučovací schopnosti učitele (porozumění látce, koncepce a srozumitelnost výkladu, vyjadřovací schopnosti, grafická úprava zápisu na tabuli, vhodná volba demonstrativních příkladů, problémů apod.).

Prověřila by se tak i pohotovost učitele k případnému suplování. Téma výkladu by bylo určeno losem. Učitel by měl nějaký čas na přípravu (asi deset až dvacet minut), při níž by měl k dispozici učebnice a materiály, podle nichž učí. Mohl by si udělat na papír poznámky, vyhledat vhodné demonstrativní příklady a cvičení apod. Výklad by měl být veden stejným způsobem a na stejné úrovni jako ve škole. Po výkladu by následovaly dotazy členů atestační komise.

- c. Podrobný rozbor a výklad praktického tématu předmětu aprobace (příklad, cvičení, pokus, gramatické jevy, rozbor slovní a větný, rozbor historických příčin významné události apod.) by umožnil posoudit, jak je učitel schopen porozumět obtížnějším místům svého oboru, vysvětlit je, a jak dokáže aplikovat teoretické poznatky.<sup>8</sup> Téma by bylo vybráno losem, učitel by měl asi 15 minut na přípravu. Tato složka atestace by dovednosti učitele postihovala více a v jiném směru než složka druhá. Její pojetí podstatně závisí na charakteru předmětu aprobace.

### Formální záležitosti

Spolu s přihláškou k atestaci by bylo třeba předložit stručný profesní životopis, přehled dosavadní pedagogické činnosti, doklady o případných předchozích atestacích a vyjádření ředitele školy. Připuštění k atestaci však nesmí být vázáno na souhlas ředitele příslušné školy. První atestaci by bylo možno v případě neúspěchu opakovat nejvýše dvakrát, a to nejdříve po jednom roce od předchozího neúspěšného pokusu.

Podmínkou připuštění k první atestaci by měla být alespoň čtyřletá učitelská praxe. Je pravděpodobné, že během této doby projde začínající učitel všechny ročníky vyšší (případně nižší) střední školy, seznámí se s výukou celé látky obou předmětů své aprobace, najde

---

<sup>8</sup>Pro matematiku by bylo možno zadat učitelům k vyřešení jeden příklad z Matematické olympiády. Příklad by byl vybrán losem z posledních čtyř ročníků Matematické olympiády příslušných kategorií, což by bylo přesně specifikováno v podmínkách atestací. Tato složka atestací by vedla učitele matematiky k soustavnému sledování Matematické olympiády. Jako studijní literatura by dobře posloužily ročenky Matematické olympiády, v nichž jsou tyto příklady vyřešeny a komentovány.

svůj vlastní přístup k učivu, pedagogický styl a získá nejdůležitější učitelské zkušenosti.

### Vzdělávání učitelů

Přímo k atestacím by nemělo být organizováno povinné vzdělávání. Bylo by však žádoucí, aby se zejména oborové fakulty snažily podchytit učitele působící na školách organizováním kvalitních a atraktivních seminářů, cyklů přednášek a dalších vzdělávacích akcí (večerních, víkendových nebo např. v rámci tzv. třetího semestru v červenci a srpnu). Některé z těchto akcí by mohly být zaměřeny přímo k atestacím. Rozsáhlejší vzdělávací akce by bylo rozumné zakončovat zápočtem nebo zkouškou. Rozumnou formou by mohly být různé korespondenční soutěže, elektronické konference, internetové diskuse, které by motivovaly ke studiu, vzdělávání, sledování novinek, k přemýšlení o problémech, k tvorbě učebních pomůcek, hledání vhodných pedagogických postupů apod.

**V žádném případě by nemělo být možno získat atestaci formálním absolvováním stanoveného počtu přednášek, seminářů, školení apod.** Takto pojaté atestace by patrně vedly k nespravedlivému „povýšení“ některých učitelů vůči druhým, učitelé sbory by byly velmi brzy rozděleny na tzv. *chovné koně*, tj. učitele, kteří by intenzivně jezdili na nejrůznější vzdělávací kurzy a školení, a na tzv. *koně tažné*, tj. učitele, kteří by za výše zmíněné chovné koně suplovali a pracovali. Takovýto systém by rovněž dával velkou příležitost firmám nejrůznějšího druhu, které by za značné obnosy „vzdělávaly“ učitele a umožňovaly jim získávat atestace.

### Druhá atestace

Druhá atestace by měla postihnout další kvality učitele. Měla by být společná pro všechny předměty aprobace. Získal by ji poměrně malý počet učitelů (snad jen 5 procent), měli by to být ti nejlepší a nejaktivnější učitelé, kteří svým působením ovlivňují úroveň a atmosféru celého našeho školství.

Učitelé s druhou atestací by měli pečovat o kvalitu výuky na škole, na níž působí, vést předmětové komise, ovlivňovat školství v regionu. Měli by se výrazněji angažovat při výchově nových učitelů, při dalším

vzdělávání pedagogických pracovníků, mohli by nějaký semestr vést seminář na fakultě připravující učitele, působit po určitou dobu jako inspektoři, pracovat v akreditačních komisích. Takovéto jejich aktivity by měly být vnímány i jako významné společenské ocenění, měly by být kompenzovány patřičným snížením úvazku.

Ke druhé atestaci by se mohl přihlásit učitel, který již má definitivu a alespoň desetiletou učitelskou praxi. Druhá atestace by již neměla mít úroveň zkoušky. Atestační komise by posoudila všestrannou aktivitu učitele za celou dobu jeho učitelského působení na základě následujících písemností: stručný profesní životopis, přehled pedagogické činnosti ve škole, přehled všech dalších aktivit (přednášky, práce s talentovanými studenty, výběrová výuka, kroužky pro účastníky soutěží, řešitele olympiád, pořádání korespondenčních seminářů, úspěchy žáků, výroba pomůcek, programů, absolvování doktorského studia, dalšího vzdělávání učitelů zakončeného zkouškou atd.), seznam publikací (učebnice, články, recenze apod.), osvědčení o předchozích atestacích, vyjádření ředitele školy zahrnující i výsledky případných inspekci. Ke druhé atestaci by si atestační komise vyžádala ještě reference od dvou významných osobností oboru. Zhodnotila by všestranné aktivity učitele a zvážila, do jaké míry přesahují běžný výkon učitelské profese. Po příznivém posouzení dodaných materiálů by mohl být kandidát na druhou atestaci vyzván k rozpravě s akreditační komisí. Po úspěšné rozpravě by byla druhá atestace udělena.

Pokud by byl systém atestací přijat, bylo by patrně žádoucí udělit ve zkráceném řízení druhou atestaci významným osobnostem učitelské obce, které mají celostátní respekt. Tito zkušení učitelé by pak pracovali v atestačních komisích.

### **Profesní růst učitele**

Učitel, který zahájí po absolvování vysoké školy svoji pedagogickou dráhu, by měl mít pracovní poměr na dobu určitou a platovou třídu **A**. Po složení prvních atestací (*definitiva, profesor*) by měl mít platovou třídu **B**. Po případné druhé atestaci by měl mít platovou třídu **C**. Zařazení do těchto platových tříd nesmí být závislé na řediteli školy; ten hodnotí konkrétní práci učitelů ve škole (nezávisle na třídách **A**, **B**, **C**) osobním hodnocením.

Přijetí učitele na dobu určitou neznamená, že bude po jejím uply-

nutí propuštěn, nezíská-li do té doby definitivu. Dobrý ředitel školy se bude jistě snažit udržet ve škole kvalitního perspektivního učitele. Na druhé straně by však měl mít relativně snadnou možnost se zbavit učitele špatného. Bylo by velmi prospěšné dosáhnout situace, kdy budou nastavená pravidla motivovat ředitele školy k tomu, aby měl na své škole co nejméně hodin vyučovaných nekvalifikovanými a neaprobovanými učiteli. Zatím se spíše zdá, že některým ředitelům vyhovuje situace, kdy je na škole větší objem neaprobované výuky, neboť neaprobovaným učitelům je vyplácena nižší mzda a ušetří se tak finance.

Získání kvalifikace pro výkon funkce ředitele, zástupce ředitele apod. by nemělo být jednoznačně spjato s atestacemi, ale spíše s vhodným manažerským kurzem.

### **Poznámka**

Je mi jasné, že výše popsaná koncepce atestací není rozpracována do všech technických detailů, chybí např. jakákoli ekonomická rozvaha. O jednotlivostech a ekonomické stránce věci lze uvažovat až v případě, kdy by byl tento návrh vzat v úvahu. V tomto okamžiku je to předčasné.

### **Závěr**

Žádný mechanismus zkoušek a atestací nemůže být chápán jako absolutně spolehlivé kritérium pro posuzování práce učitelů. Nemůže plně postihnout vztah učitele k práci, jeho zodpovědnost, vztah ke studentům a tzv. morálně volní vlastnosti. Zde bude vždy ležet velká zodpovědnost na řediteli školy.

System atestací – jak je výše navržen – by měl přispět ke zlepšení současné situace. Měl by učitele motivovat ke kvalitní pedagogické práci a k profesnímu růstu. Měl by se vyvinout v kultivovaný a účinný nástroj diferenciacce učitelů. Rozhodně by neměl být chápán jako prostředek, který má učitelům komplikovat a otravovat život. Zavedení atestací a jejich obsah je třeba dobře uvážit. Nevhodná koncepce atestací by mohla mít na naše školství velmi negativní dopad.

## Literatura

- [1] Bečvář J.: *První úvahy o atestacích středoškolských učitelů matematiky*. Akreditační diskusní materiály. JČMF, Brno 1991, str. 52 – 53; též Informace MVS JČMF č. 36, červenec 1991, str. 30 – 31.
- [2] Bečvář J.: *Druhá úvaha o atestacích středoškolských učitelů matematiky*, in Fuchs E., Došlá Z. (ed.): Celostátní seminář fakult vychovávajících učitele matematiky, Šlapanice, 28. – 30. září 1992. PřF MU, Brno 1992, str. 22 – 26; též in Alfa revue 2(1992), č. 3, str. 12 – 19; též in Fuchs E., Hrubý D., Trojánek A. (ed.): VI. seminář o filozofických otázkách matematiky a fyziky, Jevíčko, 24. – 27. srpna 1992. Brno 1992, str. 100 – 104.
- [3] Bečvář J.: *Atestace pro učitele škol třetího stupně*, in Fuchs E., Došlá Z. (ed.): Celostátní seminář fakult vychovávajících učitele ZŠ a SŠ, Pracovní materiály, Šlapanice, 18. – 20. října 1993. PřF MU, Brno 1993, str. 26 – 33.
- [4] Bečvář J.: *Matematika, vzdělanost a vzdělávání*, in Lávička M., Bastl B., Ausbergerová M. (ed.): 10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol. Vydavatelský servis, Plzeň 2006, str. 49 – 63; též in Trojánek A., Novotný J. (ed.): Matematika, fyzika a školství. Sborník z XIII. semináře o filozofických otázkách matematiky a fyziky, Velké Meziříčí, srpen 2006. Velké Meziříčí 2008, str. 101 – 119.
- [5] Bečvář J.: *Naše žhavá současnost*, in Bečvářová M. (ed.): O škole a vzdělávání. Matfyzpress, Praha 2007, str. 71 – 89; též in Trojánek A., Novotný J. (ed.): Matematika, fyzika a školství. Sborník z XIII. semináře o filozofických otázkách matematiky a fyziky, Velké Meziříčí, srpen 2006. Velké Meziříčí 2008, str. 122 – 147.
- [6] Bečvář J.: *Co má znát a umět pedagog*, in Lávička M., Bastl B. (ed.): Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2008, 6. – 8. listopadu 2008. Srní, Vydavatelský servis, Plzeň 2008, str. 53 – 58.
- [7] Hrubá J.: *Budeme mít kariéerní růst učitelů*. Učitelské listy, 5. 3. 2003.

- [8] Liessmann K. P.: *Teorie nevzdělanosti. Omyly společnosti vědění*. Edice XXI. století, sv. 4, Academia, Praha 2008, 125 stran. (*Theorie der Unbildung. Die Irrtümer der Wissensgesellschaft*, Wien 2006, přeložila Jana Zoubková).
- [9] Morávková N.: *Atestace absolventů pedagogických fakult*. Metodický portál [www.rvp.cz](http://www.rvp.cz), 22. srpna 2008.
- [10] Piřha P. : *Velká iluze českého školství*. Učitel matematiky **16** (2007/08), str. 231 – 242; též in Trojánek A., Novotný J. (ed.): *Matematika, fyzika a školství*. Sborník z XIII. semináře o filosofických otázkách matematiky a fyziky, Velké Meziříčí, srpen 2006. Velké Meziříčí 2008, str. 156 – 167.
- [11] Podlahová L.: *První kroky učitele*. Triton, Praha 2004.
- [12] Šimoník O.: *Začínající učitel*. MU, Brno 1995.
- [13] Trojánek A.: *Úvahy o triádě magisterium-akreditace-atestace*, in Fuchs E., Hrubý D., Trojánek A. (ed.): *VI. seminář o filosofických otázkách matematiky a fyziky*, Jevíčko, 24. – 27. srpna 1992. Brno 1992, str. 98 – 99.
- [14] Trojánek A.: *Akreditace magistrů pro učitelství fyziky*. Matematika – Fyzika – Informatika **1** (1991/1992), str. 93 – 94.

# POZNÁMKY K SYSTÉMU PROFESNÍHO RŮSTU UČITELŮ<sup>1</sup>

ALEŠ TROJÁNEK

## Chybí systém profesního růstu učitelů

V nabídkách vzdělávacích agentur se objevuje řada kurzů pro další vzdělávání učitelů. Uvedme příklady témat: podpora škol v oblasti autoevaluace, motivace zaměstnanců a vedení hodnotících rozhovorů, manažerské řízení procesu změn ve škole, funkční školení pro ředitele a jejich zástupce, genderová rovnost ve škole, aktivizační metody, prezentační dovednosti učitele – jak zaujmout žáky, vyjednávat a přesvědčit, modely řízení kvality a jejich využití pro vlastní hodnocení školy, kurzy související s tvorbou a zaváděním ŠVP (workshopy, koučování, ...), speciální kurzy pro výchovné poradce, aktivizační metody výuky (např. kurz „Kudy z nudy“), jak vyučovat přírodovědné předměty „jinak“, série vzdělávání k nové maturitě, prezentační techniky, ovládání i-tabulí apod. Řada těchto a podobných kurzů má jistě určitý význam, ale v nabídce se téměř neobjevují taková témata, která by se zabývala (obrazně řečeno) nejen tím, **jak na interaktivní tabuli něco napsat, ale tím, co na ni napsat**. Tedy chybí nabídka kurzů, které by vedly ke zdokonalování **odbornosti učitelů**.<sup>2</sup> Ještě více však **chybí celý systém profesního růstu učitelů**.

## Proč by měl být systém profesního růstu zaveden a kdo by ho měl zajišťovat

Starší kolegové dosvědčí, že jistý model profesního růstu učitelů středních škol v 60. a ještě v 70. letech existoval. Jednalo se o tzv. postgraduální studium, které bylo organizováno fakultami vzdělávajícími učitele, a v něm se učitelé seznamovali s novými poznatky ze svých

---

<sup>1</sup>Článek je součástí projektu *Podpora technických a přírodovědných oborů* (reg. číslo: CZ.1.07/4.2.00/06.0005), který je spolufinancován ESF a státním rozpočtem ČR.

<sup>2</sup>Pod odborností učitele se rozumí především jeho znalost vlastního oboru a přehled o oborech blízkých.



oborů. Absolvování postgraduálního studia bylo podmínkou postupu do vyšší platové třídy.

Vytvoření podobného systému profesního růstu by přispělo ke zvyšování kvalifikace učitelů, umožňovalo by jejich diferenciaci, mohli by být finančně i pracovně oceňováni ti učitelé, kteří se výrazně zajímají o svůj obor a o jeho výuku apod. Zřízení systému by bylo v kompetenci státních orgánů, ale jeho vlastní realizace by měla být v režii univerzitních pracovišť – ústavů a kateder.

Zajištění systému profesního růstu učitelů vysokoškolskými pracovišti by představovalo naplnění jednoho ze základních úkolů činnosti univerzit – péče o celoživotní vzdělávání.

### Obsah a forma systému profesního růstu učitelů

Obsahem vzdělávání na fakultách by mohlo být ve fyzice prohloubení (zopakování) klasických témat (mechaniky, elektromagnetizmu apod.), ale hlavně moderní fyzika včetně pokroku v technologiích.

Často se objevují v pedagogickém tisku názory, že absolventi učitelského studia jsou dobře (někdy prý až moc) vzděláni v předmětech své odbornosti, ale chybí jim pedagogické dovednosti apod. Navíc nyní jsme svědky (i účastníky) celosvětových snah o změnu v přístupu ke vzdělávání: jde zatraktivnění výuky, o zavedení aktivních a aktivizujících metod, o rozvoj kompetencí, o zážitkovou pedagogiku apod. Chtěl bych zdůraznit, že např. snaha o **rozvoj žákovských kompetencí na jedné straně a předání základních poznatků z daného oboru na straně druhé nemusí být v protikladu**, ale naopak: při výuce konkrétních fyzikálních témat lze používat aktivních forem výuky. Takováto **badatelsky orientovaná výuka by mohla být těžištěm v systému profesního růstu učitelů.**

Konkrétní rozsah, formy, ale i případné **stupně** profesního vzdělávání učitelů by byly zavedeny po pečlivém zvážení všech organizačních, legislativních i finančních podmínek.

Se systémem profesního růstu učitelů souvisí tematika atestací. Členové JČMF se touto problematikou zabývají již od začátku 90. let 20. století. Vznikla i řada konkrétních návrhů, viz např. [1, 2, 3, 4]. Uvedme stručně jeden návrh.

### Atestace učitelů

- **Začínající učitelé (absolventi univerzitního akreditovaného studia)** by byli zařazeni do základní platové třídy a po roce praxe na škole by tito učitelé skládali **akreditační zkoušku** (nebo též zkoušku **pedagogické způsobilosti**). Tato zkouška by byla hlavně v režii školské správy (zástupci OŠMT KrÚ, ČŠI, ředitelství školy), přičemž účast pracovníků univerzit v akreditační komisi by byla samozřejmě možná. Těžiště zkoušky by mohlo být v pedagogicko-didaktických a psychologických disciplínách. Mezi požadavky by měla být též znalost historického vývoje školství na našem území, přehled školských soustav ve světě, znalost školských předpisů apod. Složením této zkoušky by mohl získat učitel tzv. „**definitivu**“ a postoupit do vyšší platové třídy.
- **1. atestace** (z jednoho nebo z obou oborů) by mohla být povinná (nebo dobrovolná) a přihlásit k ní by se mohli např. po pěti letech jen ti učitelé, kteří složili akreditační zkoušku a absolvovali např. 1. stupeň vzdělávání v rámci výše uvedeného systému profesního růstu. K žádosti o zařazení do atestačního řízení by uchazeč předkládal strukturovaný životopis, ve kterém by uvedl přehled svých výrazných aktivit. Atestační řízení by mohlo být završeno přednáškou před komisí. Členové komise by byli pracovníci VŠ vzdělávající učitele, odborníci z praxe (výborní učitelé, ...). Je také možné, že by získání 1. atestace mohlo být přímo završením 1. stupně systému profesního růstu. Učitelé s 1. atestací by mohli postoupit do vyšší platové třídy a mohli by vykonávat některé činnosti (mohli by být předsedy předmětových komisí, mohli by se hlásit do konkurzů na místa ředitelů apod.).
- **2. atestace** by se týkala jen velmi malého množství učitelů a požadavky na její složení by byly náročné: např. absolvování doktorského studia. Učitelé s 2. atestací by postoupili do nejvyšší

platové třídy, mohli by mít snížený úvazek, aby se mohli více věnovat svému oboru, ale i spolupráci s ostatními učiteli, např. v rámci předmětové komise apod.

### Shrnutí

Odborně dobře připravený, jednoduše fungující, pro učitele přitažlivý a vůči „pochybným vzdělávacím a testovacím agenturám“ imunní systém profesního růstu učitelů by jistě přispěl ke zlepšení výuky nejen fyziky.

Březen 2010

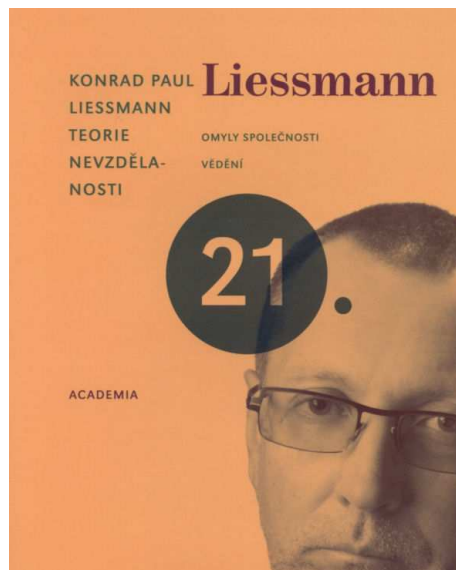
### Literatura

- [1] Bečvář J.: *První úvahy o atestacích středoškolských učitelů matematiky*, Akreditační diskusní materiály. JČMF, Brno 1991, str. 52 – 53; též Informace MVS JČMF č. 36, červenec 1991, str. 30 – 31.
- [2] Bečvář J.: *Druhá úvaha o atestacích středoškolských učitelů matematiky*, in Fuchs E., Došlá Z. (ed.): Celostátní seminář fakult vychovávajících učitele matematiky, Šlapanice, 28. – 30. září 1992. PřF MU, Brno 1992, str. 22 – 26; též in Alfa revue 2(1992), č. 3, str. 12 – 19; též in Fuchs E., Hrubý D., Trojánek A. (ed.): Sborník. VI. seminář o filozofických otázkách matematiky a fyziky, Jevíčko, 24. – 27. srpna 1992. Brno 1992, str. 100 – 104.
- [3] Trojánek A.: *Úvahy o triádě magisterium-akreditace-atestace*, in Fuchs E., Hrubý D., Trojánek A. (ed.): Sborník. VI. seminář o filozofických otázkách matematiky a fyziky, Jevíčko, 24. – 27. srpna 1992. Brno 1992, str. 98 – 99.
- [4] Bečvář J.: *Jak zvelebit učitelství*. Str. 109 v tomto sborníku.

## TEORIE NEVZDĚLANOSTI<sup>1</sup>

JINDŘICH BEČVÁŘ

LIESSMANN K. P.: *Teorie nevzdělanosti. Omyly společnosti vědění*. Edice XXI. století, sv. 4. Academia, Praha 2008, 125 stran. V originále *Theorie der Unbildung. Die Irrtümer der Wissensgesellschaft*, Paul Zsolnay Verlag, Wien 2006, přeložila Jana Zoubková.



\* \* \* \*

Jako čtvrtý svazek nedávno založené edice **XXI. století**, kterou vydává nakladatelství Academia, vyšla velmi zajímavá knížka Konrada Paula Liessmanna (nar. 1953), rakouského germanisty, historika, filozofa a publicisty, profesora univerzity ve Vídni, který byl v lednu roku 2007 v Rakousku vyznamenán titulem *Vědec roku 2006*. V našem prostředí není K. P. Liessmann neznámým autorem; v čes-

<sup>1</sup>Podpořeno projektem *Podpora technických a přírodovědných oborů* Operačního programu *Vzdělávání pro konkurenceschopnost* (CZ.1.07/4.2.00/06.0005). Článek vyšel v Informacích české matematické společnosti č. 66 (březen 2010), str. 37 – 41, a v časopise Academia, *Súčasnosť a perspektívy vysokých škôl XX* (2009), č. 3, str. 46 – 49.

kém překladu se objevila roku 2000 jeho knížka *Filozofie moderního umění* (Votobia, Olomouc, ISBN 80-7198-444-2).

Liessmannova kniha *Teorie nevzdělanosti. Omyly společnosti vědění* sestává z krátké předmluvy, devíti esejů a poznámek. Uvedeme všech devět názvů, které do značné míry naznačují pojednávaná témata.

1. *Kdo bude milionářem aneb Všechno, co musíme vědět*
2. *Co ví společnost vědění?*
3. *Vzdělanost, polovzdělanost, nevzdělanost*
4. *PISA – honba za pořadím*
5. *Jakou váhu má vědění?*
6. *Boloňa – prázdnota evropského vysokoškolského prostoru*
7. *Elitní vzdělání a antiosvícenství*
8. *Sečteno a podtrženo: hodnota vědění*
9. *Skončíme s reformou vzdělání*

Tak zvanou *společností vědění*, resp. *vzdělanostní společností* se dnes ve dne v noci zaklínají naši i evropští politici, zejména však profesionální školští reformátoři a podnikatelé, pro něž je tato módní vlna vodou na mlýn jejich nepostradatelnosti a nemalým zdrojem příjmů z našich i evropských fondů.

K. P. Liessmann navázal na myšlenky německého sociologa, estetiky a filozofa Theodora W. Adorna (1903-1969), který publikoval roku 1959 studii nazvanou *Teorie polovzdělanosti* (v originále *Theorie der Halbbildung*). K. P. Liessmann přesvědčivě ukazuje, že doba za posledních padesát let „výrazně pokročila“, že se dnes již nedá hovořit o *polovzdělanosti*, ale že je třeba mluvit přímo o *nevzdělanosti*, že současná doba nejen odmítá, ale přímo zatracuje ucelené vzdělání, hlubší porozumění jevům a vidění souvislostí. K. P. Liessmann rovněž dokládá, že klasická vzdělanost sama o sobě je nahrazována snůškou střípkovitých informací nebo dokonce módní fráze (a zcela zhoubnou myšlenkou), že všechno lze najít na internetu, že současné proklamace o *společnosti vědění*, resp. *vzdělanostní společnosti* jsou jen fráze, že současné úsilí o vzrůst vzdělanosti je jen zástěrkou ekonomických a politických zájmů, že termín *společnost vědění* je jen politickou nálepkou

a módním zaklínadlem.

*Teorie nevzdělanosti* od K. P. Liessmanna je velmi aktuální knihou, zejména nyní, v době, kdy je reforma základního a středního školství v běhu a agilní reformátoři (zhusta bývalí neúspěšní učitelé a badatelé) a další kořistníci se již napřahují jak na sféru terciární, tak na základní výzkum. V recenzích, které již byly u nás publikovány (např. B. Kartous – Literární noviny a Britské listy, V. Cílek – Vesmír, J. Chuchma – Respekt, D. Olšáková – Dějiny a současnost), se zdůrazňuje, že Liessmannova kniha se týká *humanitního* vzdělávání a *humanitní* vzdělanosti. Je to omyl! Tato kniha má hlubší význam, neboť její kritika se vztahuje i na exaktní, přírodní a technické vzdělávání, hovoří o *obecné vzdělanosti*.

K. P. Liessmannovi je vyčítáno, že jen kritizuje, ale nenavrhuje řešení. Takovýmto způsobem se však dá smést se stolu jakákoli kritika, což se dnes a denně běžně děje. Smyslem kritiky jako takové je upozornit na negativní jevy a varovat před nimi. Kostruktivnost kritiky spatřuje ten, kdo vidět a rozumět chce, v následujícím: **Vyvarujte se toho, co je kritizováno!** A to je hlavním smyslem Liessmannovy knihy.

\* \* \* \*

Myšlenky a názory prezentované v Liessmannově knize *Teorie nevzdělanosti* přiblížíme čtenářům několika úryvky, které se týkají reformem a reformování, tj. palčivého problému našeho současného školství. Základního, středního i vysokého.

*Reformátory vzdělání všeho druhu pojí jediné, a to nenávisť k tradičnímu pojetí vzdělanosti. Je jim očividně trnem v oku, že by lidé mohli získat vzdělání neúčelové, souvislé, obsahově ukotvené v tradicích velkých kultur, které by je nejen formovalo, ale také by jim umožnilo nezávislost na diktátu doby a módních vlnách. Vzdělání lidé by totiž byli všechno jiné než bezproblémově fungující, flexibilní, mobilní a týmově svázané klony, jaké by mnozí rádi viděli jako výsledné produkty vzdělávacího procesu. (str. 38)*

*Odklon od myšlenky vzdělávání se ukazuje nejzřetelněji tam, kde to možná nejméně předpokládáme – v centrech vzdělání samotných. Pregnantním indikátorem toho je od jisté doby realizovaný přesun takzvaných cílů vzdělání na schopnosti a kompetence (skills). Ti, co vyhlásují schopnost týmové práce, flexibilitu a ochotu komunikovat za cíle vzdělání, vědí, o čem mluví – mluví o suspendování jakékoli individuality, jež byla kdysi adresátem i aktérem vzdělání. (str. 50)*

*Reformní fanatici chtějí permanentní reformu. Lidi to udrží v pohybu a zabrání se jim v tom, aby dělali to, co od nich reformátoři údajně očekávají. Především, je začlenění do reformního procesu nejlepší možností, jak ochromit jakékoliv myšlení. (str. 114)*

*Reforma pro reformu ovšem žádné důvody nepotřebuje. Vědci jsou tedy placeni za to, aby instituci permanentně reformovali, místo aby svou energii věnovali výuce a výzkumu. Zároveň se jim však předhazuje, že investují do učení a výzkumu energie příliš málo, pročez se musí univerzita rychle reformovat a tak dále. (str. 115)*

*Jen velmi bohatá nebo velmi hloupá země si může dovolit vypracovávat pro každou generaci studentů nové pojetí studia. Co to znamená? Chaos porodí nové reformy. (str. 115)*

*Nové struktury se vytvářejí tempem, které nikomu neumožňují ukončit studium v podmínkách, za nichž je začal. A tento nesmysl se ještě beze studu hodnotí slovy **change management** jako pokrok. (str. 116)*

*Cokoliv se nezdaří, je proto jen záminkou pro novou reformu. Lze tvrdit, že vydařená reforma představuje pro ideu reformy vnitřní rozpor. Pak už by totiž nebylo co reformovat – a to se nesmí stát. (str. 116)*

*Reformy proto nikdy neuvíznou na mělčině, nejúspěšnější jsou právě tehdy, když způsobí chaos, na nějž si všichni stěžují. Protože hlavním smyslem všech reforem je, aby se stávající právní poměry rozpadly, staromódní smlouvy nahradily moderními „dohodami“ a z veřejnoprávních institucí, byť by fungovaly sebelépe, se stala hřiště pro*

*zájmové skupiny, agentury, kliky a investory. Za rétorikou reformem už jasně prosvítá jejich skutečný smysl: privatizace veřejného vlastnictví, proměna záležitostí veřejného zájmu na soukromý zájem. Res publica je pro reformátory nejlépe zajištěna, když se z ní stane res privata. Aniž by to bylo vždy tak jasně formulováno jako v Bajce o včelách Bernarda Mandevilla, je výrazem ducha doby posedlého reformami očekávání, že pronásledování soukromých neřestí neviditelnou rukou milostivého trhu vždy vyústí ve veřejnou ctnost. Reformní nadšení tak ne vždy, ale občas podceňuje neřesti a velmi rádo přeceňuje samospasitelnost trhu. (str. 116 – 117)*

*Společnost, která ve jménu domnělé efektivity a oslněná představou, že vše může podřídit kontrole ekonomického pohledu, osekává svobodu myšlení, a tím se připravuje o možnost rozpoznat iluze jako iluze, se upsala nevzdělanosti, ať ve svých databázích shromáždila jakoukoliv sumu vědění. (str. 119)*

Poznamenejme, že kritické úvahy o vzdělanosti, vzdělávání a současných tendencích na trhu práce v souvislosti s vývojem školství publikovali nedávno pod názvem *Vzdělanostní společnost? Chrám, výtah a pojišťovna* Jan Keller a Lubor Tvrďý.<sup>2</sup>

\* \* \* \*

Připomeňme ještě, že v edici **XXI. století** jsou publikovány texty současných významných myslitelů, předních světových intelektuálů nejrůznějších profesí, filozofů, sociologů, politologů atd. Jejich kritické myšlenky jsou podloženy jak odborností, tak erudicí, a proto se výrazně liší od názorů soustavně a urputně prezentovaných v našich médiích, kterými je veřejnost neustále masírována.

Předchozími svazky edice XXI. století jsou tyto tři knihy:

1. *Tekuté časy* od Zygmunta Baumana (nar. 1925), polského sociologa holokaustu a postmoderny, se dotýkají současného světa, „tekuté modernity“, a nejistot našeho života.

<sup>2</sup>Sociologické nakladatelství, Slon, Praha 2008, 183 stran.



2. *Svět je plochý* od amerického politologa a publicisty Thomase L. Friedmana (nar. 1953), držitele tří Pulitzerových cen, analyzuje globalizaci a její vliv na život společnosti.

3. *Velký rozvrat* od Francise Fukuyamy (nar. 1952), amerického filozofa a spisovatele japonského původu, pojednává o přechodu k tzv. informační společnosti a jeho důsledcích na společenský život a morálku.

Následovat budou tyto publikace: William Easterly: *Břemeno bílého muže*, Eric Hobsbawm: *Globalizace, demokracie a terorismus*, John Lukacs: *Na konci věku*, Fareed Zakaria: *Postamerický svět*.<sup>3</sup>

Jednotlivé studie publikované v edici XXI. století se zamýšlejí nad palčivými problémy současnosti i blízké budoucnosti, nad vývojem dnešní společnosti, které jsou dávány honosné, ale naivní reklamní nálepky *informační společnost, vzdělanostní společnost*, resp. *společnost vědění* apod. Obsahují úvahy o moderní a postmoderní době, o globalizaci, která ovlivňuje náš život mnohem více, než si uvědomujeme, o naší civilizaci, o konci našeho věku, změnách paradigmatu, o společenském řádu, demokracii, vzdělávání, otázkách hospodářského růstu, morálce apod. Jejich autoři prezentují své originální, velmi kritické pohledy na současný svět, které je třeba v řadě směrů chápat jako vážná varování.

---

<sup>3</sup>Autor tohoto krátkého zamyšlení nad Liessmannovou knihou *Teorie nevzdělanosti* by do edice **XXI. století** zařadil i malou, nepříliš optimistickou knížku *Znavená Evropa umírá* (Karolinum, Praha, 2000, 179 stran), jejímž autorem je filozof a teolog Otakar Antoň Funda (1943), eseje filozofa Václava Bělohradského (1944) nazvané *Společnost nevolnosti* (Sociologické aktuality, sv. 13, Sociologické nakladatelství, Slon, Praha 2007, 301 stran; druhé, rozšíření vydání 2009), knihu *Mezi minulostí a budoucností. Osm cvičení v politickém myšlení* (Politika a společnost, sv. 3, Centrum pro studium demokracie a kultury, Brno, 2002, 263 stran) od Hannah Arendtové (1906-1975), knihy *Éra prázdnoty. Úvahy o současném individualismu* (Edice Střed, Prostor, Praha 1998, 269 stran) a *Soumrak povinnosti. Bezbolestná etika nových demokratických časů* (Edice Střed, Prostor, Praha 1999, 311 stran), jejichž autorem je Gilles Lipovetsky (1944), profesor filozofie na univerzitě ve francouzském Grenoblu.

## VOKOVICKÉ SORBONNY<sup>1</sup>

VÍTĚZSLAV ČÍŽEK

V lednu jsme zapisovali dceru do školy. Byl to pro ni důležitý a slavnostní okamžik. Hezky jsme se oblékli a šli tam celá rodina. Škola měla při té příležitosti den otevřených dveří, mohli jsme si všechno prohlédnout, všichni byli na svých místech a všechno nám ukázali a vysvětlili. Dítě bylo nadšené, jak se mu věnovali a zajímali se, co umí a co je zajímavá. Nám se líbilo, že škola je taková trochu staromódní – v tom dobrém smyslu. Tedy že se v ní známkuje, žáci dostávají domácí úkoly a učitelům netykají. Místo virtuální zasedačky pro výchovu budoucích manažerů je ve škole keramická dílna. Bez finančních produktů lidstvo přežije, ale vyrobit hrnec, to je jedna z poctivých a základních dovedností, které vytvořily civilizaci.

Na kantorkách bylo vidět, že je to opravdu baví. Rozjíždějí projekt *Nadaný žák* a vymýšlejí aktivity, do kterých je nikdo nenutí a nejspíš jim za to nic nedá. Nepotkali jsme tam ani jeden otrávený ksicht: *co jsem v minulým životě spáchala tak strašného, že jsem reinkarovala do učitelky!* Už dlouho jsem se nevracel domů s tak dobrým pocitem a věřím, že tam naše Albertina bude šťastná a na obecnou školu bude ráda vzpomínat.

Pak jsem si večer pustil zprávy a zas tam bylo něco o plzeňských právech. Já vím, je to stokrát přemleté a je už z toho folklór. Ale ta plzeňská aféra mě nakopla k přemýšlení, jak se to se vzděláním dneska má a co se pod tím pojmem vlastně myslí. Mělo by nás trknout, které obory si rychlokvašky z novodobých, neřku-li postmoderních kádrových rezerv vybírají, aby si takzvaně doplnily vzdělání.

Poctivého vzdělance totiž musí urazit už samotná formulace doplnit si vzdělání. Je tím nepokrytě řečeno, že vzdělání je pouze jedna z položek, kterou je třeba odfajfkovat, aby byly splněny formální náležitosti

---

<sup>1</sup>Vysílal Český rozhlas 3 – Vltava dne 27. března 2010. Autor je absolventem FF UK v Praze a pracoval jako jazykový redaktor, nyní se věnuje překladům a publicistice.

a věc se mohla zúřadovat. O nic jiného totiž nejde, poněvadž sinekury a pašaliky se přece neudělují na základě vzdělání. Představa lékaře, jenž provádí náročné zákroky, a přitom si teprve po večerech dodělává doktorát z medicíny, je naštěstí absurdní a pouze hypotetická. Ale ve státní správě, politice a byznysu je to zřejmě standardní postup. Asi proto dotyční většinou „studují“ práva, byznys a politické nauky. Zkrátka něco, co se dá takzvaně okecat. Do jaderné fyziky, lingvistiky nebo stavebního inženýrství se nepouštějí ani náhodou.

Za minulého režimu to bylo jednodušší, důležití soudruzi si doplňovali vzdělání na škole, kterou si postavili v pražských Vokovicích a udělovali si na ní speciální titul RSDr. Ten se v akademickém světě těšil všeobecnému posměchu a opovržení a škole nikdo neřekl jinak než Vokovická Sorbonna. Měla i příznačnou adresu: sídlila na Leninově třídě. Příruční slovník naučný z roku 1967 o ní píše: škola založená roku 1953 jako Vysoká stranická škola při ÚV KSČ. V roce 1961 byla sloučena s Institutem společenských věd. Připravuje vedoucí stranické pracovníky a dává svým absolventům ucelené vysokoškolské vzdělání na úseku marxismu-leninismu. Mimoto zvyšuje kvalifikaci funkcionářů strany v řadě specializovaných kursů.

Odtud se rekrutovali například vyučující společného vědního základu, neb jak známo, všichni vysokoškoláci bez rozdílu oboru museli kdysi skládat i povinné zkoušky z vědeckého komunismu, dějin dělnického hnutí a podobně. Můj bratr dává k lepšímu historku, jak se v osmdesátých letech, kdy studoval na matematicko-fyzikální fakultě, musel na jednu takovou zkoušku dostavit za externím lektorem na jeho mateřské pracoviště, tedy přímo do Vokovic. Na vrátnici ho podrobili lustrační proceduře, jako kdyby šel na výslech do kachlíkárny, a když pak zaklepal na příslušné dveře, skvěl se na nich nápis: *Katedra zkušeností Komunistické strany Sovětského svazu.*

Ovšem veselou příhodou z natáčení už není fakt, že blbosti stejného ranku se na vysokých, a zejména takzvaně vysokých školách vyučují i dnes. Akorát že jsou oděny do elegantního, ba přímo sofistického hávu. V České republice je asi 70 vysokých škol a mně nad tak velkým číslem zůstává rozum stát. V nejednom případě se jedná o draze placený švindl, umožňující absolventům uvádět ve strukturovaném ži-

votopise do kolonky dosažené vzdělání, že mají nějaký diplom. Nemůžu si pomoci, ale studovat třeba řízení lidských zdrojů mi neblaze připomíná někdejší masově osvětovou činnost a smrdí kádrovou politikou. A hlavně nechápu, proč se všechny ty důležité rychlokvašky snaží složitě korumpovat regulérní university, když novodobých Vokovických Sorbonn je celé portfolio a mohou si koupit titul každý v jiné, aby to tak nebylo do očí. Asi jako nikdo z nich nejezdí v obyčejné škodovce, musejí i ten diplom mít značkový.

Další pojem, který mě uráží, je investice do vzdělání. Jako kdyby se vzdělání dalo koupit, nejlépe na leasing. Neříkám to proto, že mi moje filosofická fakulta moc nevynáší. A radši si nikde nestěžuju, abych tím neinspiroval nějakého krizového manažera, jenž by potom se zášahovou jednotkou MBA obrážel filozofické fakulty a tahal je z krize: klínopis? Dávno rozlušťenej – zrušit! Shakespearovský seminář? Prodělečné. Nahradit anglickou obchodní korespondencí! – To by v tom byl čert, aby ta filda nezačala vydělávat!

To není sci-fi, to je velmi pravděpodobný způsob zániku vzdělanosti. Že ji ztotožníme s kvalifikovaností. Kvalifikace neboli způsobilost k nějaké konkrétní činnosti je samozřejmě důležitá, ale nenahrazuje vzdělání. Vzdělání má vždy přesah, je to širší pojem než kvalifikace. Zažil jsem to na vlastní kůži, když jsem se předloni ucházel o místo korektora a jazykového redaktora. Na papíře jsem exceloval, ale nešlo mi přenést opravy do počítače, protože jsem neměl zkušenost s programem InDesign. Povídám: „Ať si ke mně na dvě odpoledne sedne nějaký ajťák, já se do toho vpravím.“ Šéfredaktorka: „Na to tady nikdo nemá čas.“ Já: „Ale obráceně to nejde. Na to bych potřeboval dva roky, a ne dvě odpoledne, abych vám udělal z ajťáka bohemistu.“ – Nějakou dobu jsem si pak časopis kupoval. Co číslo, to nová korektorka, a chyb, že by u mě neodmaturovaly. Ale uměly InDesign.

Méně průhledný, zato mnohem destruktivnější je populární požadavek, aby vysoké školy a vědecká pracoviště řídili profesionální manažeři. Odůvodňuje se tím, že badatelé budou nerušeně bádát a manažeři efektivně řídit ústav, o jehož náplni nemají páru. – Na praktickou stránku dbaly již středověké university, ale kvestor nikdy neditigoval rektora. A pak, není to zas tak dávný dějepis, kdy o tom, kdo bude

smět na škole učit, kolikrát rozhodoval školník. Přece tenkrát, ve zlatém věku Vokovické Sorbonny: její absolvent si vydobyl ostruhy na radnici, pak postavil na nohy zemědělství v okrese na severu – a protože se osvědčil, poslali ho udělat pořádek na ministerstvu kultury. Dnes je na totéž zapotřebí papír z prestižní business school, ale princip se nezměnil.

Proboha ne, nezaměňovat pojmy! Každý má samozřejmě mít nějakou kvalifikaci, aby se uživil, ale nemůže být každý druhý vzdělanec a mít vysokou školu, jak stanovuje zas nějaká směrnice EU, patrně inspirovaná padesát let starým usnesením politbyra ÚV KSSS. Prakticky všichni lidé jsou schopni na něco se kvalifikovat, ale na opravdové vzdělání nedosáhne zdaleka každý. Prostě to tak na světě je. Odjakživa. Mezi kvalifikovaností a vzdělaností je propastný rozdíl a tu propast je třeba památkově chránit! Kdo se vzdělává, ten touží po poznání. Kdo získává kvalifikaci, tomu jde o uplatnění. Je to v naprostém pořádku, ale musíme to tak rovněž nazývat a rozlišovat, kdo je kdo a jaké má poslání.

Z toho logicky vyplývá, že vzdělanec – na rozdíl od kvalifikanta – nemá zaručeno uplatnění. Beru. Ovšem s výhradou, že nepraktičtí vzdělanci jsou jedním z pilířů civilizace. O manažerech se to říct nedá. Škola samozřejmě má připravovat do života, ale to neznamená předělávat školy na výcviková střediska a mládeži místo úcty k poznání vštěpovat, jak životem snadno a elegantně proplouvat, urvat toho co nejvíc a hlavně se nemuset učit, protože všechny rozumy přece najdeme na internetu. Tak totiž může vypadat výsledek nekonečných snah reformovat školství. Marie Terezie je náhodou vymyslela moc dobře. Že školy jsou v prvé řadě ústavy vzdělávací, obecnou počínaje.

Takovéhle myšlenky se mi tedy honily hlavou v den, kdy jsme zapisovali dítě do školy. Na jedné straně euforie ze skvělé základky, a na druhé těžká deprese z vědomí souvislostí, když vidím všeobecnou devalvaci vzdělání a degradaci university na Vokovickou Sorbonnu. Proto jsme se usnesli, že když naše Albertina bude mít na vysokou, vybere si pěkně jednu z poctivých možností: vzdělání buď přírodovědné, humanitní, technické nebo umělecké. Ale nenecháme ji marnit život a mrhat intelektem na nějakém finančně-správním nebo manažerském

nesmyslu. MBA jen přes mou mrtvolu! Intuice mi však napovídá, že k takovému konfliktu ani nemůže dojít, když dcera pochopí už na obecné škole, jak je důležité umět vyrobit hrnec.

## POZNÁMKY KE STÁTNÍM MATURITÁM<sup>1</sup>

ALEŠ TROJÁNEK

1. V posledním dvacetiletí došlo k liberalizaci obsahu, forem, rozsahu a hodnocení středoškolského vzdělávání. Tento trend byl podpořen platností dokumentů jako je RVP a z něho vycházejících ŠVP. Ponechme stranou vhodnost tohoto postupu, kdy jednotliví učitelé ve svých předmětových komisích a ředitelé škol vytvářejí učební plány a jiné důležité dokumenty škol, jejichž kvalita ovlivní výuku na dané škole na řadu let. V této situaci **považuji myšlenku státních maturit v podstatě za správnou**. Při výše popsané volnosti „vzdělávacích cest“ je třeba nějak určit nepřekročitelnou úroveň znalostí maturantů<sup>2</sup>, je třeba alespoň část maturitních zkoušek objektivizovat tím, že se vyvedou z kompetence jednotlivých škol, kde žáci studují.

2. **Státní maturity by však měly být zorganizovány tak, aby byly logisticky co nejjednodušší, aby nekladly přemrštěné dodatečné požadavky na učitele**, aby svým celkovým pojetím nedělaly „medvědí službu“ myšlence státních maturit. Na základě poznatků získaných zejména od kolegů (učitelů českého jazyka a literatury a cizích jazyků) mám dojem, že připravovaná varianta tyto nároky nesplňuje. Zkoušky z českého jazyka a literatury a z cizích jazyků jsou koncipovány jako komplexní, tzn., že obsahují písemnou část (dále strukturovanou) a ústní část. Podrobné stanovení postupu při hodnocení písemné části, ale hlavně detailní a vysoce formalizovaný návod na ústní zkoušení považuji za těžko realizovatelný. Učitelé – hodnotitelé se stanou (asi trochu přehnaně řečeno) vyplňovateli předepsaných formulářů. Sám si jen velmi těžko dovedu představit, že při ústní maturitní zkoušce z fyziky bych postupoval přesně podle daného „itineráře“.

---

<sup>1</sup>Článek je součástí projektu *Podpora technických a přírodovědných oborů* (reg. číslo: CZ.1.07/4.2.00/06.0005), který je spolufinancován ESF a státním rozpočtem ČR.

<sup>2</sup>Je však otázkou, jestli „hlídání“ kvality vzdělání až na „výstupu“ je tou správnou cestou. Jestli by nemělo být povinností státu zaručit kvalitu škol již tím, že by nějakým systémem akreditace ty špatné školy neprošly.

3. Nová maturita (viz model nové maturitní zkoušky: [www.novamaturita.cz](http://www.novamaturita.cz)) se v postatě týká hlavně předmětů český jazyk a literatura a cizí jazyk, méně pak matematiky, ZSV a informatiky. Zkoušky z ostatních předmětů jsou plně v kompetenci samotných škol a k jejich standardizaci tak nedojde.<sup>3</sup> Z tohoto důvodu považuji úvahy o uznávání státních maturit fakultami, na kterých předměty státní maturity nepatří mezi profilové, za předčasné.

Se státními maturitami souvisí i případné přijímací zkoušky na vysoké školy. Tyto zkoušky založené jen na ověřování studijních předpokladů mohou působit velké potíže při vlastním pozdějším studiu: Žáci totiž reagují pragmaticky a vybírají si jako maturitní ty předměty, které je na všeobecné testy nejlépe připraví, např. ZSV či zeměpis, a to i přesto, že chtějí studovat informatiku či chemii. Znáám řadu případů, kdy žáci dobře uspějí u testu všeobecných studijních předpokladů, jsou přijati, ale záhy zanechávají studia, protože si nevybrali vhodné předměty jako maturitní a potřebné vědomosti ke studiu daných oborů jim chybí. A to je škoda. (Upuštění od přijímacích zkoušek pak vede u většiny žáků ke ztrátě motivace ke studiu.)

4. Předložený model maturitní zkoušky je velmi nákladný.

5. Při přípravě obsahu, rozsahu, formě, ale i celkové koncepci maturitních zkoušek **se měla (by se měla) více angažovat univerzitní pracoviště daných předmětů**, např. ústavy či katedry českého jazyka, bohemistiky apod., ale i organizace typu JČMF. Je pak marné (po případném zjištění nedobré skutečnosti) si stěžovat a hořekovat.

6. **Jak by mohly být maturitní zkoušky koncipovány?** „Státní“ a „školní“ část by se mohly doplňovat. Stát by (např. prostřednictvím své organizace CERMAT) zadal písemnou část nejen v ČJ, CJ, ale i v ostatních předmětech. Ta by měla být snadno hodnotitelná (diktát, didaktický test, překlad, řešení úloh) a ústní část by byla v kompetenci samotných škol. Výsledné hodnocení by vycházelo z písemných i ústních částí. Jeden konkrétní příklad: Ve fyzice by mohlo být za-

<sup>3</sup>Žáci si mohou předměty jako F, Ch, Bi, Ze, D apod. zvolit ve státní části jako nepovinné, ale při tom musí složit ještě profilovou část maturity. Proto si nepovinné předměty zvolí jen mizivé procento žáků.



dáno v písemné státní části maturitní zkoušky několik (např. 6) úloh, které by pokrývaly základy středoškolské fyziky. Myslím, že vypovídací hodnota takovéto písemky by byla velká. Ústní část by již byla v kompetenci školy, nebo by si mohla škola stanovit, že napsání státní písemky na určitý počet bodů již znamená složení zkoušky z fyziky např. na hodnocení chvalitebně. Kdo by chtěl lepší známku, podstoupil by ještě ústní zkoušku . . .

7. Niels Bohr prý říkal, že odborníkem v dané oblasti je ten, který vyzkoušel všechny špatné cesty. Provádět experimenty, které zasáhnou např. dva ročníky maturantů a mnoho učitelů, není vhodné. Možná však jiná cesta není a nějak se začít musí. Rozhodně by však názory a připomínky řady institucí, organizací a jednotlivců měly být brány v potaz při realizaci budoucí podoby maturity.

Únor 2010.

**A PŘECE SE TOČÍ! ALE NAOPAK!<sup>1</sup>**  
**ANEB**  
**AŽ ŽIJE PŘÍRODOVĚDNÉ VZDĚLÁNÍ!**

JINDŘICH BEČVÁŘ

*Eppure si muove! A prece se točí!* – To řekl podle legendy 22. června roku 1633 sedmdesátiletý Galileo Galilei krátce poté, co byl ve velkém sále dominikánského kláštera při kostelu Santa Maria sopra Minerva v Římě přinucen před nejvyšším inkvizičním tribunálem odvolat své názory o pohybech Země, o uspořádání sluneční soustavy a o jejím chodu. Za své odvolání byl odměněn doživotním domácím vězením. Vyhnul se tak přísnějšímu trestu. Připomeňme, že roku 1600 byl v Římě na Campo dei Fiori (Náměstí květů) upálen Giordano Bruno.

Galileo Galilei byl donucen se kát a podepsat prohlášení, v němž je mimo jiné uvedeno: *Byl jsem pak tímto Sv. oficiem prohlášen za silně podezřelého z kacířství proto, že jsem měl za správné a věřil, že Slunce stojí nehybně jako střed světa a že Země není středem světa a točí se . . . mám každým způsobem opustiti mylný názor . . . nemám míti za správnou tuto mylnou nauku ani ji hlásati, ani jí učiti . . .*<sup>2</sup>

Kdyby dnes Galileo Galilei zhlédl zprávy České televize, tzv. Události, snad by v prvním okamžiku zajásal, neboť by ve znelce spatřil rotující zeměkouli. Jeho radost by však byla určitě značně zkalena, měla by velmi hořkou pachutí! Asi by zvolal: *Vždyť se točí naopak! Takto by přece Slunce vycházelo na západě a zapadalo na východě!*

Přírodovědné znalosti a geometrická představivost tvůrců této tele-

---

<sup>1</sup>Podpořeno projektem *Podpora technických a přírodovědných oborů* Operačního programu *Vzdělávání pro konkurenceschopnost* (CZ.1.07/4.2.00/06.0005). Článek vyšel v Informacích české matematické společnosti č. 66 (březen 2010), str. 35 – 37, a v časopise *Academia, Súčasnosc a perspektivy vysokých škól XX* (2009), č. 2, str. 33 – 34.

<sup>2</sup>Viz např. Loria G.: *Galileo Galilei*. Orbis, Praha, 1943 (1. a 2. vydání), přeložil F. Topinka ; jiné vydání Svoboda, Praha, 1949, přeložil L. Hoch. Viz též Namer É.: *Případ Galilei*. Mladá fronta, Praha, 1982, přeložil P. Horák.

vizní znělky patrně nesahají tak daleko, aby si byli schopni představit skutečný chod věcí. Ještě horší je, že si svého nedostatku nejsou vědomi a vůbec jim nepřijde na mysl, že by bylo třeba se poradit s někým, kdo se v tom „vyzná“. Rovněž naprosto nepadá v úvahu, že by snad mohli svůj omyl přiznat. Když byli totiž na chybu upozorněni, sebevědomě prohlásili, že opačně rotující zeměkoule byla jejich *uměleckým záměrem!* Vysvětlit by se to však dalo spíše záměrem politickým. *Dříve nám Slunce vycházelo na Východě, dnes nám již konečně vychází na Západě!*

Snaha znásilnit skutečnost však nese své plody. Ve zprávách ČT 24 bylo 13. ledna 2009 uvedeno: *... dodávky plynu by mohly být obnoveny dnes v 8:00 moskevského času, tedy v 10:00 času středoevropského.* To je sice zcela v rozporu se skutečností, ale v naprosté shodě s otáčecím zeměkoule, které předvádí znělka Událostí na ČT. Uvidíme, jak se situace bude dále vyvíjet, zda se třeba Příroda „neumoudří“ a nepřizpůsobí. Třeba i Příroda přijde s nějakým uměleckým záměrem! Já se v poslední době pro jistotu každý den opatrně přesvědčuji, abych byl v obraze, na které světové straně Slunce opravdu vyšlo.

Naši žáci a studenti mají dnes být – podle mnoha současných ideologů vzdělávání – vychováváni k tzv. *flexibilitě*, což je podle slovníku cizích slov *ohýbatelnost, pružná přizpůsobivost*. Měli by se tedy *ohnout, pružně přizpůsobit* a bez přemýšlení, které škodí, a bez námitek, které rozvracejí, přijmout vše, co se jim oficiálně předkládá. Na druhé straně by však měli být připraveni se od toho či onoho názoru kdykoli *pružně odvrátit*, pokud by snad oficiální místa změnila názor. Nebylo by proto divu, kdyby byl nějaký vzpurný student (jehož rodiče nemají žádné významné postavení a nejsou sponzory školy) zajímavící se o přírodní vědy povolán do ředitelny, kde by se musel zříci svých názorů, kát se a podepsat např. takovéto prohlášení: *Byl jsem ředitelstvím školy prohlášen za silně podezřelého z úchylky<sup>3</sup>, protože jsem měl za správné a věřil, že Slunce vychází na východě a zapadá na západě . . .* Ještě pikantnější by však patrně bylo, kdyby byl do ředitelny předvolán učitel fyziky nebo zeměpisu, který by musel podepsat, že *má každým způsobem opustit mylný názor a že nemá mít za správnou*

<sup>3</sup>Pro výše uvedené slovo *úchylka* se jistě brzy najde výstižný odborný výraz, nejraději nějaké vhodné cizí slovo.

*tuto mylnou nauku, ani ji hlásat, ani jí učit.* Po odvolání by byl učitel navíc přísně potrestán (odebrání osobního ohodnocení, doživotní dozor v jídelně, třídnictví v nejhorší třídě apod.). Zatím však vůbec není jasné, jak přísně potrestat vzpurného žáka, nechce-li škola přijít o státní příspěvek, který na něj pobírá.

Velmi závažnou otázkou zůstává, zda znělka televizních zpráv se zeměkoulí, která se otáčí **naopak**, není vlastně jistým varováním „mezi řádky“, zda není jakousi „ideologickou diverzí“, jak se dříve říkávalo: **Všechno, co ve zprávách uvidíte a uslyšíte, je naopak!**

Televizní znělka Událostí bývá poměrně často inovována, měněna či modernizována, říkejme tomu, jak uznáme za vhodné. Změna je totiž život! I další tvůrci potřebují honorář, případně stejní tvůrci potřebují další honorář. Snad by mohla být příště natočena znělka se zeměkoulí rotující kolem osy ležící v rovině rovníku (Slunce by pak vycházelo na severu a zapadalo na jihu, případně vycházelo na jihu a zapadalo na severu) nebo by mohla být dokonce natočena znělka ukazující placatou zemi plovoucí na hladině světového oceánu, v němž se Slunce každé ráno znovu rodí a každý večer umírá. A to vše by nesli čtyři velcí sloni stojící na obrovské želvě.

*Eppure si muove!*, můžeme si dnes říci s Galileim. **A přece se točí! – Blbosti!**

## DOPORUČENÁ LITERATURA

ALEŠ TROJÁNEK

Pro zájemce uvádíme přehled populárně vědeckých publikací z našich oborů, které vyšly česky nebo slovensky od roku 1994. Předložený seznam, který vznikl úpravou a doplněním seznamu ze sborníku [Sb], jistě není úplný, ale většinu titulů z dané oblasti obsahuje. Aktuální přehled o vydávaných či chystaných titulech je možno také získat na stránkách jednotlivých nakladatelství. Z početné řady svazků edice *Dějiny matematiky* je uveden jenom ten (zatím) poslední [DM]. V něm je však možno nalézt informace o všech dosud vydaných svazcích. Opakovaně upozorňujeme na jedinečnou učebnici fyziky [HRW], která svým pojetím a zpracováním jistě může být zařazena do populárních publikací.

- [Sb] Trojánek A., Novotný J. (editoři): *Matematika, fyzika a školství. Sborník z XIII. semináře o filozofických otázkách matematiky a fyziky. Velké Meziříčí 2006.* Nakladatelství MU, 2008.
- [DM] Bečvářová M.: *České kořeny bulharské matematiky.* Edice Dějiny matematiky, sv. 40, Matfyzpress, Praha 2009.
- [HRW] Halliday D., Resnick J., Walker J.: *Fyzika. (Vysokoškolská učebnice obecné fyziky.)* VUT v Brně – nakladatelství VUTIUM a Prometheus, Brno 2001. Dotisk 2003.
- [1] Acheson D.: *1089 a další parádní čísla. Matematická dobrodružství.* Dokořán, Praha 2006.
- [2] Al-Khalili J.: *Černé díry, červí díry a stroje času.* Aurora, Praha 2003.
- [3] Atalay B.: *Matematika a Mona Lisa. Umění a věda u Leonarda da Vinciho.* Slovart, Praha 2007.
- [4] Atkins P.: *Periodické království. Cesta do země chemických prvků.* Academia, edice Mistři věd, Praha 2005.

- [5] Bais S.: *Rovnice. Symboly poznání.* Dokořán, Praha 2009.
- [6] Balibarová F.: *Einstein – radost z myšlení.* Nakladatelství Slovart, Bratislava 1995.
- [7] Barrow J. D.: *Teorie všeho.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1996.
- [8] Barrow J. D.: *Původ vesmíru.* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.
- [9] Barrow J. D.: *Vesmír plný umění.* Jota, Brno 2000.
- [10] Barrow J. D.: *Pí na nebesích. O počítání, myšlení a bytí.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2000.
- [11] Barrow J. D.: *Konstanty přírody. Čísla skrývající nejhlubší tajemství vesmíru.* Paseka, edice Fénix, Praha 2005.
- [12] Barrow J. D.: *Teorie ničeho.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2005.
- [13] Barrow J. D.: *Knihy o nekonečnu.* Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2007.
- [14] Barrow J. D.: *Konstanty přírody. Čísla skrývající nejhlubší tajemství přírody.* Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2005.
- [15] Beckmann P.: *Historie čísla  $\pi$ .* Academia, Praha 1998.
- [16] Bečvář J.: *René Descartes.* Prometheus, Praha 1998.
- [17] Bečvář J., Štoll I.: *Archimedes – největší vědec starověku.* Prometheus, Praha 2005.
- [18] Beutelspacher A.: *Matematika do vesty.* Baronet, Praha 2005.
- [19] Bodanis D.:  *$E = mc^2$ . Životopis nejslavnější rovnice na světě.* Dokořán, Praha 2002.
- [20] Bodanis D.: *Neviditelná síla. Svět elektřiny.* Argo, Dokořán Praha 2009.
- [21] Brdička M.: *Profesor Trkal. (Pouť moderní fyzikou.)* Academia, Praha 2007.
- [22] Brockman J. (Editor): *Můj Einstein. Eseje od čtyřadvaceti předních světových myslitelů na téma osobnost, práce a odkaz geniálního člověka.* Pragma, Praha 2007.
- [23] Brockman J. (redakce): *Příštích padesát let. Věda v první polovině 21. století.* Dokořán, Argo, Praha 2004.
- [24] Brockman J., Matsonová K. (editoři): *Jak se věci mají. (Průvodce myšlenkami moderní vědy.)* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.

- [25] Bührke T.: *Převratné objevy fyziky. Od Galileiho k Lise Meitnerové.* Academia, Praha 1999.
- [26] Cipra B.: *Chibičky. A jak je najít dříve než učitel.* Dokořán, Praha 2002.
- [27] Close F.: *Částicová fyzika. Průvodce pro každého.* Dokořán, Praha 2008.
- [28] Coveney P., Highfield R.: *Šíp času. (Cesta vědou za rozluštěním největší záhady lidstva.)* Oldag, Ostrava 1995.
- [29] Davies P.: *Poslední tři minuty. (Úvahy o konečném osudu vesmíru.)* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1994.
- [30] Davies P.: *Jsme sami? O důsledcích případného objevu mimozemského života.* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.
- [31] Davis P.: *O čase. Einsteinova nedokončená revoluce.* Motýl, Bratislava 1999.
- [32] Davis P.: *Kosmický jackpot. Proč je náš vesmír to pravé místo pro život?* Argo a Dokořán, řada Zip, Praha 2009.
- [33] Derbyshire J.: *Posedlost prvočíslly.* Academia, Praha 2007.
- [34] Devlin K.: *Jazyk matematiky. (Jak zviditelnit neviditelné.)* Dokořán, Argo, Praha 2002.
- [35] Devlin K.: *Problémy pro třetí tisíciletí. Sedm největších nevyřešených otázek matematiky.* Dokořán, Argo, Praha 2005.
- [36] Dvořák R.: *Ernst Mach. Fyzik a filozof.* Prometheus, Praha 2005.
- [37] Eckertová L.: *Cesty poznání ve fyzice.* Prometheus, Praha 2004.
- [38] Einstein A., Infeld L.: *Fyzika jako dobrodružství poznání.* Aurora, Praha 2000.
- [39] Einstein A.: *Teorie relativity.* VUT v Brně, nakladatelství VUTIUM, Brno 2005.
- [40] Fara P.: *Newton. Formování génia.* BB/art s. r. o., Praha 2004.
- [41] Fergusonová K.: *Stephen Hawking – hledání teorie všeho.* Aurora, Praha 1996.
- [42] Fergusonová K.: *Tycho a Kepler. Nesourodá dvojice, jež jednou provždy změnila náš pohled na vesmír.* Academia, edice Galileo, Praha 2009.

- [43] Feynman R. P.: *O povaze fyzikálních zákonů. Sedmkrát o rytmech přírodních jevů.* Aurora, Praha 1998.
- [44] Feynman R. P.: *To snad nemyslíte vážně, pane Feynmane!* Aurora, Praha 2001.
- [45] Feynman R. P.: *Snad ti nedělají starosti cizí názory?* Aurora, Praha 2000.
- [46] Feynman R. P.: *O smyslu bytí.* Aurora, Praha 2000.
- [47] Feynman R. P.: *Neobyčejná teorie světla a látky.* Aurora, Praha 2001.
- [48] Feynman R. P.: *Radost z poznání.* Aurora, Praha 2003.
- [49] Feynman R. P.: *Šest snadných kapitol.* Aurora, Praha 2007.
- [50] Filkin D.: *Vesmír Stephena Hawkinga. Výklad kosmu.* (Předmluvu napsal S. Hawking.) Motýl, Bratislava 1998.
- [51] Fölsing A.: *Albert Einstein.* Volvox Globator, Praha 2001.
- [52] Fraser G., Lillestøl E., Sellevåg I.: *Hledání nekonečna, řešení záhad vesmíru.* (Úvod napsal S. Hawking.) Columbus, Praha 1996.
- [53] Galison P.: *Einsteinovy hodiny a Poincarého mapy.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2005.
- [54] Gamow G.: *Moje světočára. Neformální autobiografie.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2000.
- [55] Gamow G., Stannard R.: *Pan Tompkins stále v říši divů.* Aurora, Praha 2001.
- [56] Gilmore R.: *Alenka v říši kvant. Alegorie kvantové fyziky.* Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2007.
- [57] Gleick J.: *Chaos. Vznik nové vědy.* Ando Publishing, Brno 1996.
- [58] Goldsteinová R.: *Neúplnost. Důkaz a paradox Kurta Gödela.* Dokořán, Praha 2006.
- [59] Gott III. J. R.: *Cestování časem v Einsteinově vesmíru. Fyzikální možnosti cestování časem.* Argo a Dokořán, Praha 2002.
- [60] Gowers T.: *Matematika. Průvodce pro každého.* Dokořán, Praha 2006.
- [61] Greene B.: *Elegantní vesmír. (Superstruny, skryté rozměry a hledání finální teorie.)* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2001.



- [62] Greene B.: *Struktura vesmíru. Prostor, čas a povaha reality*. Paseka, Praha 2006.
- [63] Gribbin J.: *Pátrání po Schrödingerově kočce. Kvantová fyzika a skutečnost*. Columbus, Praha 1998.
- [64] Gribbin J.: *Schrödingerova kořata. Pátrání po skutečnosti*. Columbus, Praha 2001.
- [65] Gribbin J.: *Vesmír*. Euromedia Group k. s., Praha 2003.
- [66] Gribbin J.: *Pátrání po velkém třesku. Život a smrt vesmíru*. Columbus, Praha 2002.
- [67] Gribbin J.: *Pátrání po dvojité šroubovici. Kvantová fyzika a život*. Columbus, Praha 2006.
- [68] Gribbin J.: *Životopis vesmíru. Od velkého třesku po zánik vesmíru*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2009.
- [69] Grygar J.: *Vesmír, jaký je. (Současná kosmologie (téměř) pro každého)*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1997.
- [70] Grygar J.: *O vědě a víře*. Karmelitánské nakladatelství. Kostelní Vydří 2001.
- [71] Grygar J., Grün M., Ramešová S.: *Dialog o mimozemšťanech*. Paseka, Praha 2006.
- [72] Hardy G. H.: *Obrana matematická*. Prostor, Praha 1999.
- [73] Hawking S.: *Černé díry a budoucnost vesmíru*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1995.
- [74] Hawking S.: *Stručná historie času v obrazech*. Aktualizované a rozšířené vydání. Argo, Praha 2002.
- [75] Hawking S.: *Vesmír v kostce*. Argo, Praha 2002.
- [76] Hawking S.: *Ilustrovaná teorie všeho. Počátek a osud vesmíru*. Argo, Praha 2004.
- [77] Hawking S., Mlodinow L.: *Stručnější historie času*. Argo, Praha 2006.
- [78] Hawking S. W.: *Stručná historie času. Od velkého třesku k černým díram*. Argo, Dokořán, edice Aliter, Praha 2007.
- [79] Heisenberg W.: *Část a celek. Rozhovory o atomové fyzice*. Votobia, Olomouc 1997.
- [80] Heisenberg W.: *Fyzika a filosofie. Druhé, přešlédnuté vydání*. Aurora, Praha 2000.
- [81] Heřt J., Pekárek L. (editoři): *Věda kontra iracionalita. Sborník přednášek českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR*. Academia, Praha 1998.

- [82] Heřt J., Pekárek L. (editoři): *Věda kontra iracionalita 2. Sborník přednášek Českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR*. Český klub skeptiků a AV ČR, Praha 2002.
- [83] Heřt J., Zlatník Č. (editoři): *Věda kontra iracionalita 3. Sborník přednášek Českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR*. Český klub skeptiků SISYFOS a Nakladatelství Věra Nosková, Praha 2005.
- [84] Heřt J., Zlatník Č. (editoři): *Věda kontra iracionalita 4. Sborník přednášek Českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR*. Český klub skeptiků SISYFOS a Nakladatelství Věra Nosková, Praha 2008.
- [85] Hey T., Walter P.: *Nový kvantový vesmír*. Argo, Dokořán, Praha 2005.
- [86] Highfield R.: *Kouzelná věda a Harry Potter*. Dokořán, Praha 2003.
- [87] Holton G.: *Věda a antivěda*. Academia, Praha 1999.
- [88] Horský J.: *Albert Einstein*. Prometheus, Praha 1998.
- [89] Hoskin M.: *Karolína Herschelová. Žena, která objevila kometu*. Academia, edice Žena a věda, Praha 2006.
- [90] Chown M.: *Vesmír hned vedle. Dvanáct šokujících myšlenek z přední výspy vědy*. Granit, Praha 2003.
- [91] Jáchim F.: *Tycho Brahe*. Prometheus, Praha 1998.
- [92] Jex J.: *Max Planck*. Prometheus, Praha 2000.
- [93] Johnson G.: *Zkratka napříč časem. Cesta ke kvantovému počítací*. Dokořán, Argo, Praha 2004.
- [94] Kaku M.: *Einsteinův vesmír. Jak vize Alberta Einsteina změnilly naše chápání prostoru a času*. Argo, Dokořán, Praha 2005.
- [95] Kaku M.: *Paralelní světy*. Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2007.
- [96] Kaku M.: *Fyzika nemožného*. Argo, Dokořán, řada Zip, Praha 2009.
- [97] Kaku M., Thompsonová J.: *Dále než Einstein. Hledání teorie vesmíru*. Argo, Dokořán, Praha 2009.
- [98] Kanipe J.: *Hubbleovy stíny*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2009.
- [99] Kernerová Ch.: *Lise Meitnerová. Životní příběh atomové fyziky*. Academia, edice Žena a věda, Praha 2009.

- [100] Kippenhahn R.: *Odhalená tajemství Slunce*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1999.
- [101] Kippenhahn R.: *Kosmologie do vesty*. Baronet, Praha 2005.
- [102] Kirshner R. P.: *Výstřední vesmír. Explodující hvězdy, temná energie a zrychlování kosmu*. Paseka, edice Fénix, Praha 2005.
- [103] Kleczek J.: *Vesmír a člověk*. Academia, Praha 1998.
- [104] Kleczek J.: *Velká encyklopedie vesmíru*. Academia, Praha 2002.
- [105] Kolektiv: *Myšlenky na zlomu tisíciletí. Thoughts for the New Millenium*. VUT v Brně – nakladatelství VUTIUM, Brno 2002.
- [106] Kolomý R.: *Prokop Diviš – vynálezce bleskosvodu*. Prometheus, Praha 2004.
- [107] Krämer W.: *Statistika do vesty*. Baronet, Praha 2005.
- [108] Kraus I.: *Wilhelm Conrad Röntgen*. Prometheus, Praha 1997.
- [109] Kraus I.: *Dějiny evropských objevů a vynálezů. Od Homéra k Einsteinovi*. Academia, Praha 2001.
- [110] Kraus I.: *Dějiny technických věd a vynálezů v českých zemích*. Academia, Praha 2004.
- [111] Kraus I.: *Příběhy učených žen. (Životní osudy žen, které významně ovlivnily vývoj exaktních věd, především fyziky, matematiky a chemie.)* Prometheus, Praha 2005.
- [112] Kraus I.: *Fyzika v kulturních dějinách Evropy. Starověk a středověk*. Nakladatelství ČVUT, Praha 2006.
- [113] Kraus I.: *Fyzika od Thaléta k Newtonovi*. Academia, Praha 2007.
- [114] Krauss L. M.: *Proměny vesmíru. Od velkého třesku po život na Zemi... a ještě dál*. Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2006.
- [115] Krempaský J.: *Veda versus viera? Veda*, vydavatelstvo Slovenskej akadémie vied, Bratislava 2006.
- [116] Kulhánek P. a kolektiv: *Astronomie a fyzika na přelomu tisíciletí*. Dialog, Litvínov 2004.
- [117] Kulhánek P., Rozehnal J.: *Hvězdy, planety a magnety*. MF, edice Kolumbus, Praha 2007.
- [118] Leavitt D.: *Muž, který věděl příliš mnoho. Alan Turing a první počítač*. Argo, Dokořán, edice Aliter, Praha 2007.

- [119] Lesch H., Miller J.: *Velký třesk. Druhé dějství. Po stopách života ve vesmíru.* Knižní klub v Praze, 2005.
- [120] Levinová J.: *Jak vesmír přišel ke svým skvrnám. Deník o konečném čase a prostoru.* Dokořán, Argo, Praha 2003.
- [121] Livio M.: *Neřešitelná rovnice.* Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2008.
- [122] Livio M.: *Zlatý řez.* Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2006.
- [123] Livio M.: *Je Bůh matematik?* Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2010.
- [124] Mackintosh R., Al-Khalili J., Jonson B., Pena T.: *Jádro. Cesta do srdce hmoty.* Academia, Praha 2003.
- [125] Malina J., Novotný J. (editoři): *Kurt Gödel.* Nadace Universitas Masarykiana v Brně, Nakladatelství Georgetown v Brně, Nakladatelství a vydavatelství NAUMA v Brně, 1996.
- [126] Malíšek V.: *Isaac Newton.* Prometheus, Praha 1999.
- [127] Mandelbrot B.: *Fraktály. Tvar, náhoda a dimenze.* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2003.
- [128] May B., Moore P., Lintott Ch.: *Bang! Velký třesk a historie vesmíru.* Slovart, Praha 2007.
- [129] Mayer D.: *Pohledy do minulosti elektrotechniky.* Kopp, České Budějovice 1999.
- [130] Mayor M., Frei P.Y.: *Nové světy ve vesmíru. Objevování exoplanet.* Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2007.
- [131] McCracken G., Stott P.: *Fúze – energie vesmíru.* Mladá fronta – edice Columbus, Praha 2006.
- [132] McEvoy J. P., Zarate O.: *Stephen Hawking.* Portál, Praha 2002.
- [133] Mlodinow L.: *Euklidovo okno. Příběh geometrie od rovnoběžek k hyperprostoru.* Slovart, Praha 2007.
- [134] Mlodinow L.: *Feynmanova duha.* Argo, Dokořán, edice Aliter, Praha 2007.
- [135] Mlodinow L.: *Život je jen náhoda. Jak náhoda ovlivňuje naše životy.* Slovart, Praha 2009.
- [136] Mornstein V.: *Utopený Archimédés. Malý alternativní výkladový slovník.* Nadace Universitas Masarykiana v Brně, Nakladatelství Georgetown v Brně, Nakladatelství a vydavatelství NAUMA v Brně, Masarykova univerzita, 1999.

- [137] Nagel E., Newman J. R., Hofstadter D. R. (redakce a předmluva): *Gödelův důkaz*. VUT v Brně, nakladatelství VUTIUUM, Brno 2003.
- [138] Neffe J.: *Einstein. Životopis*. Argo, Praha 2006.
- [139] Pascal B.: *Myšlenky*. Mladá fronta, edice Klasická knihovna, Praha 2000.
- [140] Penrose R. (Shimony A., Cartwrightová N., Hawking S., sestavil M. Longair): *Makrosvět, mikrosvět a lidská mysl*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1999.
- [141] Polkinghorne J.: *Kvantový svět*. Aurora, Praha 2000.
- [142] Polkinghorne J.: *Věda a teologie. Úvod do problematiky*. Centrum pro studium demokracie a kultury, Brno 2002.
- [143] Polkinghorne J.: *Kvantová teorie. Průvodce pro každého*. Dokořán, Praha 2007.
- [144] Prigogine I., Stengersová I.: *Řád z chaosu*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2001.
- [145] Raab M.: *Materiály a člověk. (Netradiční úvod do současné materiálové vědy.)* Encyklopedický dům, spol. s r. o., Praha 1999.
- [146] Rees M.: *Náš neobyčejný vesmír*. Dokořán, Praha 2002.
- [147] Rees M.: *Pouhých šest čísel. Skryté síly utvářejí vesmír*. Academia, edice Mistři věd, Praha 2004.
- [148] Rees M.: *Naše poslední hodina. Přežije lidstvo svůj úspěch?* Dokořán, Argo, Praha 2005.
- [149] Rektorys K.: *Co je a k čemu je vyšší matematika*. Academia, Praha 2001.
- [150] Sagan C.: *Kosmos*. Tok, Eminent, Praha 1996.
- [151] Sagan C.: *Kometry – tajemní poslové hvězd*. Eminent, Praha 1998.
- [152] Seife Ch.: *Nula. Životopis jedné nebezpečné myšlenky*. Argo, Dokořán, Praha 2005.
- [153] Schrödinger E.: *Co je život? Duch a hmota. K mému životu*. Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUUM, Brno 2004.
- [154] Schwartz J., McGuinness M.: *Einstein pro začátečníky*. Ando Publishing, Brno 1996.

- [155] Singh S.: *Velká Fermatova věta*. Academia, Praha 2000 (Dotisk 2002).
- [156] Singh S.: *Knihy kódů a šifer. Utajování od starého Egypta po kvantovou kryptografii*. Dokořán, Argo, Praha 2003.
- [157] Singh S.: *Velký třesk*. Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2007.
- [158] Smolin L.: *Fyzika v potížích. Vzestup teorie strun, úpadek vědecké metody a co bude dál*. Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2009.
- [159] Smolka J.: *Galileo Galilei*. Prometheus, Praha 2000.
- [160] Sodomka L., Sodomková M.: *Nobelovy ceny za fyziku*. SET OUT, Praha 1997.
- [161] Spicciová J.: *Až za hranice. Sen Sofie Kovalevské*. Academia, edice Žena a věda, Praha 2008.
- [162] Steinhart P. J., Neil G. T.: *Bez počátku a konce. Nová historie vesmíru*. Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2009.
- [163] Stewart I.: *Čísla přírody. Neskutečná skutečnost matematické představitivosti*. Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.
- [164] Stewart I.: *Odsud až do nekonečna. Průvodce moderní matematikou*. Dokořán, Argo, Praha 2006.
- [165] Stewart I.: *Hraje Bůh kostky. Nová matematika chaosu*. Argo a Dokořán, řada Zip, Praha 2009.
- [166] Šolcová A.: *Johannes Kepler – zakladatel nebeské mechaniky*. Prometheus, Praha 2004.
- [167] Štefl V.: *Mikuláš Koperník – tvůrce heliocentrické soustavy*. Prometheus, Praha 2002.
- [168] Štefl V.: *Klaudios Ptolemaios. Tvůrce geocentrické soustavy*. Prometheus, Praha 2005.
- [169] Štoll I.: *Christian Doppler – Pegas pod jařmem*. Prometheus, Praha 2003.
- [170] Štoll I.: *Jan Marek Marci z Kronlandu*. Prometheus, Praha 1996.
- [171] Štoll I.: *Svět očima fyziky*. Prometheus, Praha 1996.
- [172] Štoll I.: *Dějiny fyziky*. Prometheus, Praha 2009.
- [173] Thorne Kip S.: *Černé díry a zborcený čas*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2004.
- [174] Truhovičová-Gjuičová D.: *Ve stínu Alberta Einsteina. Tragický život Milevy Einsteinové-Maričové*. Academia, edice Žena a věda, Praha 2007.

- [175] Veltman M.: *Fakta a záhady ve fyzice elementárních částic*. Academia, Praha 2007.
- [176] Vilenkin A.: *Mnoho světů v jednom*. Pátrání po dalších vesmírech. Paseka, edice Fénix, Praha, Litomyšl 2008.
- [177] Vopěnka P.: *Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci. Souborné vydání Rozprav s geometrií*. Práh, Praha 2000.
- [178] Watson J. D.: *Geny, ženy a Gamov*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2004.
- [179] Webb S.: *Kde tedy jsou všichni?* Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2007.
- [180] Weinberg S.: *Snění o finální teorii*. Hynek, Praha 1996.
- [181] Weinberg S.: *První tři minuty. Moderní pohled na počátek vesmíru*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1998.
- [182] Weinberg S.: *Tváří v tvář*. Aurora, Praha 2004.
- [183] Weinlich R.: *Laureáti Nobelovy ceny za fyziku*. Alda, Olomouc 1998.
- [184] Woit P.: *Dokonce ani špatně. Lesk a bída strunové teorie*. Paseka, edice Fénix, Praha, Litomyšl 2010.
- [185] Zajac R., Pišút J., Šebesta J.: *Historické pramene súčasnej fyziky 2. Od objavu elektronu po prah kvantovej mechaniky*. Univerzita Komenského Bratislava, Bratislava 1997. (1. díl vyšel v nakladatelství Alfa v roce 1990.)





## **Sborník ze XIV. semináře o filosofických otázkách matematiky a fyziky**

Editor: A. Trojánek

Vydala Komise pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF  
ve spolupráci s Gymnáziem Velké Meziříčí.

Sazba programem  $\text{\LaTeX}$ : Renata Chytková

Návrh obálky: Jan Chmelíček

Tisk: Astera G, vydavatelství a tiskárna, Jihlava

**ISBN 80-903833-5-1**