

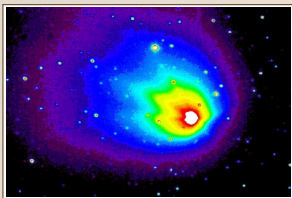
Trocha nebeské mechaniky sto let po slavném návratu první dámy

Lukáš Richterek

Katedra experimentální fyziky PŘF UP, 17. listopadu 1192/12, 771 46 Olomouc

lukas.richterek@upol.cz

Seminář Velké Meziříčí, 25. 08. 2010



- 1 Komety
 - „Letošní“ komety
- 2 Programy pro řešení středoškolských úloh
 - GNU Octave
 - Easy Java Simulations
- 3 Některé úlohy
 - Keplerova rovnice
 - Modelování pohybu komety



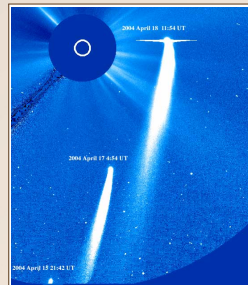
Lick Observatory, CA
6. 5. 1910

Komety

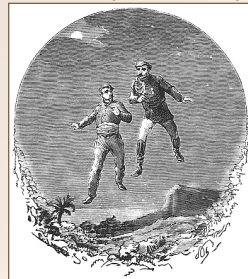
- **Komety:** tělesa (sl. soustavy) tvořené *jádrem, komou a ohonem*, velikost 1–40 km (blízké planetkám – Chiron 2060), nepravidelný tvar
Složení: zmrzlé plyny, voda + prach
(Fred Whipple, 1950: komety mají jádro – „špinavá sněhová koule“)

Giotto (březen 1889), 596 km od jádra

- *krátkoperiodické* ($T < 200$ let), asi 20 %, součást sluneční soustavy (Halleyova k.), z Kuiperova pásu
- *dlouhoperiodické* ($T > 200$ let), asi 80 % (Hale-Bopp), i hyperbolické trajektorie
- Oortův oblak komet (asi 100 miliard jader) v kulové vrstvě až 1/2 vzdálenosti k Proximě C., pozůstatky protopl. disku

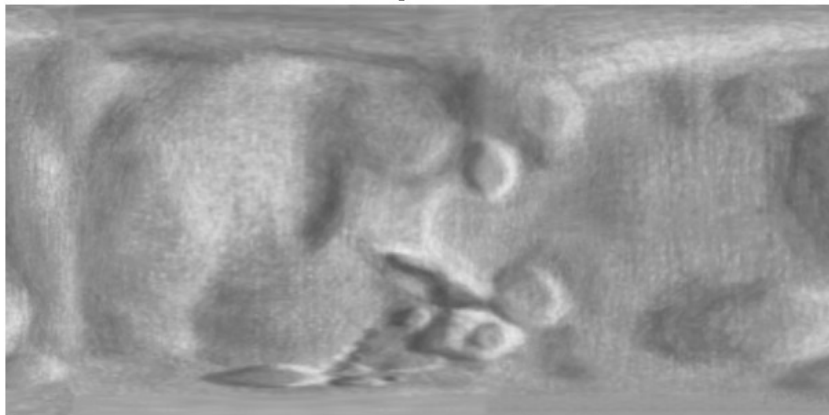


SOHO (15.4.2004)



Nucleus of Comet Halley

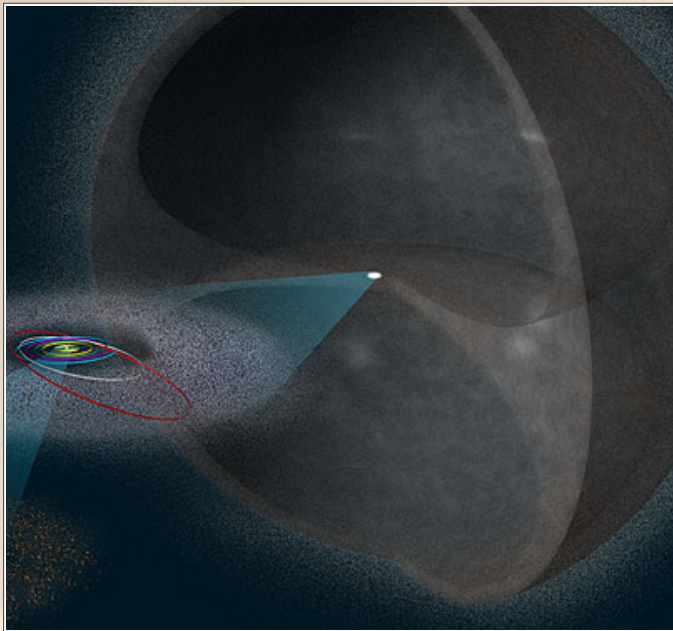
P.J. Stooke, 1996



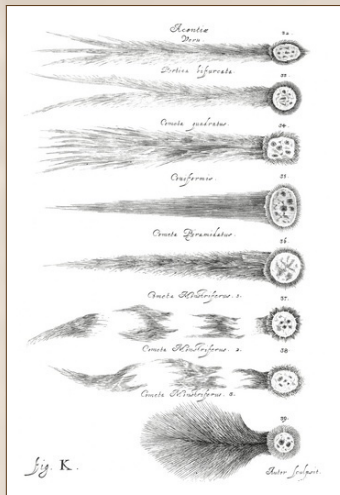
Simple Cylindrical Projection

- Levison a kol. (Science, červen 2010) – řada komet možná od jiných hvězd
- Názvy: Minor Planet Centre

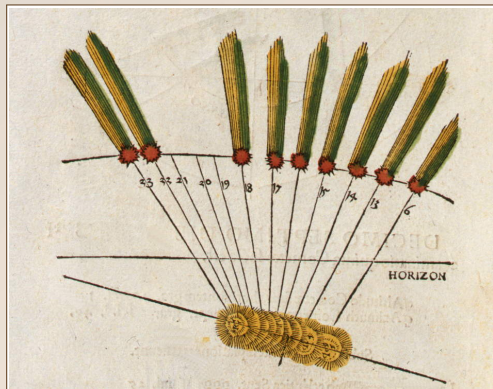
Komety



Komety

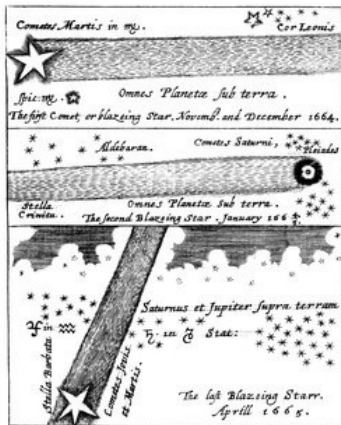


Hevelius 1668



Apianus 1531





These Blazing Starrs!
Threaten the World with Famine, Plague & Warrs
To Princes, death to Kingdoms, many Croffes
To all Estates, inevitable Losse
To Herds-men, Rot to Plowmen, haples Seasons
To Saylor, Storms; to Cittyes, Civill Treafons.

DE COMETIS:
OR,
A Discourse of the Natures and Effects
OF
COMETS,
As they are {Philosophically}
{Historically & } Considered.
{Astrologically}

With a brief (yet full) ACCOUNT
OF THE

III late Comets,
OR
BLAZING STARS,
Visible to all EUROPE.

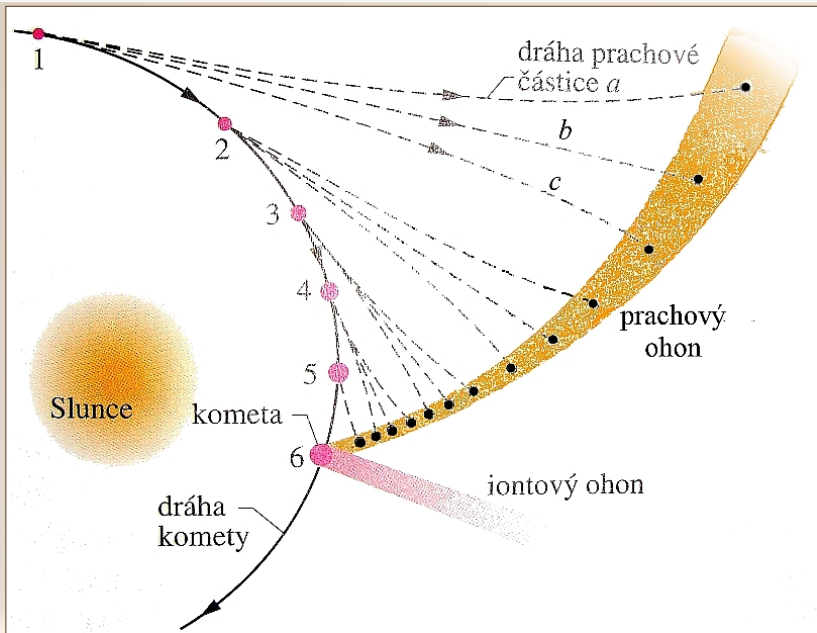
And what (in a natural way of Judicature) they portend.
Together with some Observations on the Nativity of the
GRAND SEIGNIOR.

By JOHN GADBURY, Philomathese.

Multæ Nuptiæ dicit à quatuor signis. (p. 1.)
Nihilne Cometes qui malum nuntiant ferat.
Omnes Cometes significant Bells, Terrenes, & magnas Eventus in mundo. Bonat.
Ignota signum viderunt Sidera nacti,
Ardentem, Polum flammâ, Cœlesti volantes
Osq̃uam perirent fates cruentumq̃ cometa
Sideris, & Terris mutandum R. quo Cometa. Lucan.

London, Printed for L. Colclough in Exchange-alley. 1665.

Typický ohon



Typický ohon

- Halliday – Resnick – Walker: *Fyzika 4*, s. 899 \Rightarrow nabité částice radiálně od Slunce („sluneční vítr“ – rovný ohon)
- prahové částice \Rightarrow zakřivený ohon, sublimace komy, až 1,5–2 AU
- síla slunečního záření $F_r \propto R^2$, gravitační síla $F_g \propto R^3$
- „rovnovážný poloměr“

$$R = \frac{3P_{\odot}}{16\pi c \rho \kappa M_{\odot}} \approx 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$
$$P_{\odot} = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

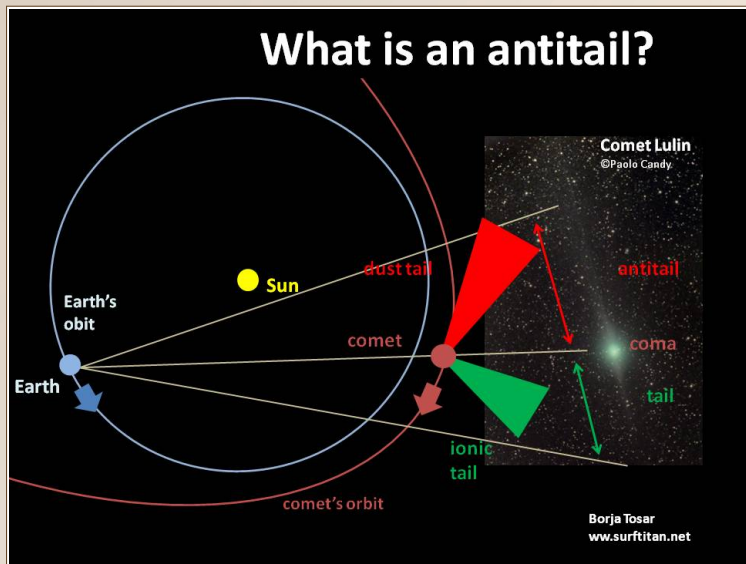
- **Nezávisí na vzdálenosti od \odot !**
- pro větší převáží F_g (c), pro menší F_r (a)



Hale-Bopp (sodík)



McNaught 2007/01
ESO – Paranal



Záběry sondy SOHO

Rozpady komet

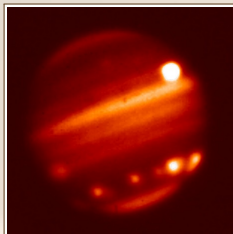
- Bielova kometa (19. století)
- Shoemaker-Levy 9 (dopad na Jupiter 07/1994)

Animace (HST)

Gene Shoemaker (autonehoda 1997),
Lunar Prospector v roce 1999 dovezl
popel na Měsíc

- dopad asteroidu Anthony Wesley (AU), červen 2010

Animace



Schwassmann-Wachmann
HST 18.4.2006

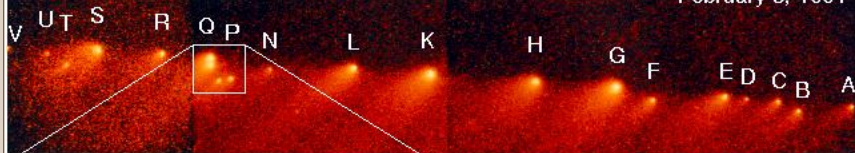


Comet Shoemaker-Levy 9

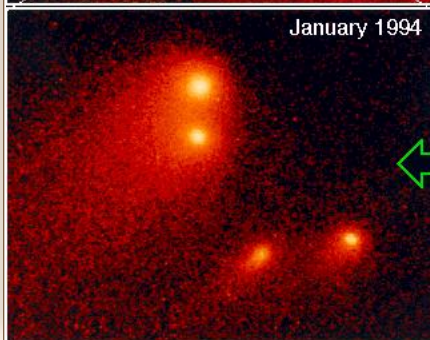
Hubble Space Telescope



February 8, 1994



January 1994



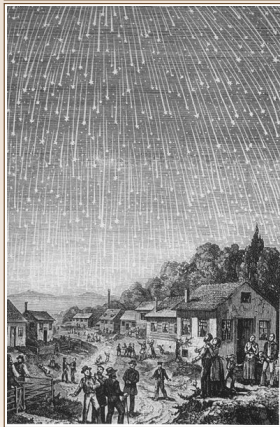
July 1993



Zbytky komet

Meteorické roje

- Leonidy (12.–13.11.1833), Humbolt (Venezuela 1799), ... zápis v kronikách 902, největší intenzita po 33–34 letech, Christian H. Peters (1868)– souhlas s kometou P/Tempel-Tuttle 1866
- Perseidy: *Giovanni V. Schiaparelli* (Milán 1867) P/Swift-Tuttle 1866
- Akvaridy (květen) a Orionidy (říjen) – Halleyova kometa, posouvají se od dráhy Země
- o souvislosti komet a meteorů uvažoval *Josef Morstadt* (1797–1869), c.k. úředník (pražský preceptor Wilhema von Biely), soukromá hvězdárna, předpověděl periodicitu i roztržení Bielovy komety

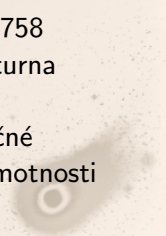


Zbytky komet



První dáma mezi kometami

- **Halleyova kometa** – přes 30 dokumentovaných návratů 240 BC, 164 BC, 87 BC, 11 BC 66 AD, 141, 218, 295, 374, 451, 530, 607, 684, 760, 837, 912, 989 1066, 1145, 1222, 1301, 1378, 1456, 1531, 1607, 1682, 1759, 1835, 1910, 1986, **červenec 2061**
- ověření Newtonovy teorie gravitace (× Descartes, podpora Huygense, Cassiniho), Newtona podporuje Voltaire; Francie důležitá (Leibnitz)
- *Edmund Halley* (1656 – 1742), Newton: komety po parabole
- Halley srovnal komety 1682, 1607 (Kepler v Praze) a 1531 \Rightarrow stejný objekt, **elipsa**
- kolísající perioda – vliv planet, další návrat koncem r. 1758
- *Alexis C. Clairaut* – zpoždění působením Jupitera a Saturna (11/1758)
- **18 měsíců** Lalande a Lepautová počítali návrat, výjimečné zpoždění o 518 dní – polovina dubna 1759 \pm měsíc (hmotnosti planet nepřesné), přísluním 13.3.1759
- objevitel: sedlák J. Palitzsch (vánoce 1758)



První dáma mezi kometami

First to predict the return of the comet named after him.

Second Astronomer Royal.

Fellow and Secretary of the Royal Society.

Sponsor of Sir Isaac Newton's Principia.

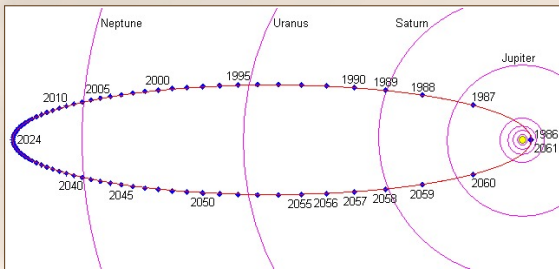
Editor of Philosophical Transactions.

Savilian Professor of Astronomy Oxford.

Oceanographer Meteorologist Geophysicist.

Inventor Navigator and famed for His researches in determining longitude

He laid the actuarial foundation of life assurance



První dáma mezi kometami

Giotto di Bondone zdokumentoval návrat z roku 1301 na stěnu kaple Scrovegni v Padově (Koperník, Galileo)



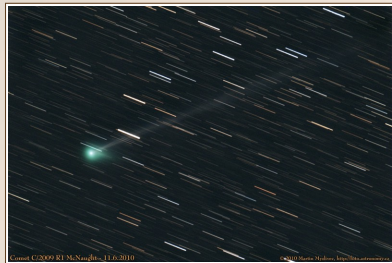
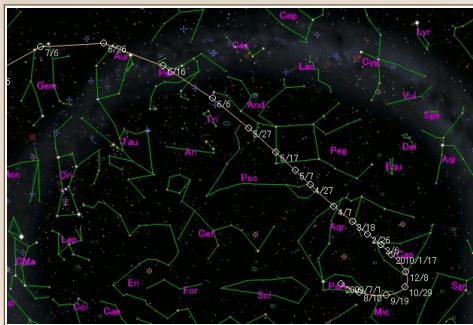
První dáma mezi kometami

Giotto di Bondone zdokumentoval návrat z roku 1301 na stěnu kaple Scrovegni v Padově (Koperník, Galileo)

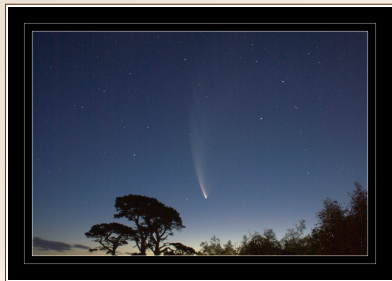


„Letošní“ komety

- **C/2009 R1 (McNaught)**: Robert Mc Naught (AU) 9.9.2009, 51. kometa; hyperbolická dráha, přísluní 2.7. 2010, $r_p = 0,4 \text{ AU}$ (za Sluncem), nejbliže Zemi v polovině června (1,1 AU)
<http://www.komety.cz>



Martin Myslivec, Šerlich (Česká astrofotografie měsíce 2010/6)

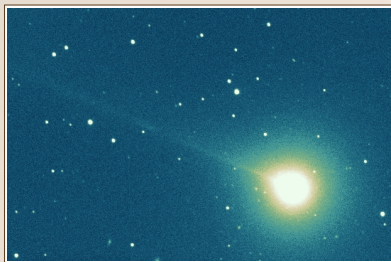


„Letošní“ komety

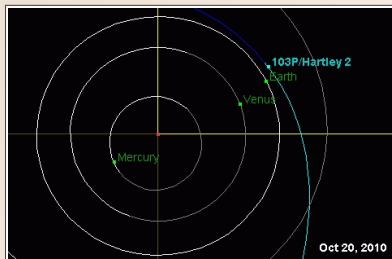
- **103P/Hartley**: pozorovací kampaň Czech Hartley Watch (<http://chw.kommet.cz/>) objevil 15.3.1986 Malcolm Hartley (AU), $T \approx 6,4$ let, gravitačně rušená Jupiterem (1982), přisluní 28.10.2010
 - nejtěsnější průlet okolo Země za posledních ± 100 let
 - v maximu jasnosti by měla být vidět pouhým okem
 - kosmická sonda Deep Impact (9P/Tempel 1, 4.7.2005) v rámci rozšířené mise (EPOXI, září – listopad)

JPL small body database browser

<http://ssd.jpl.nasa.gov>



prosinec 1997



GNU a General public licence

- GNU – Free Software Foundation, Inc.
 - projekt založen 1984
 - akronym „GNU's Not UNIX“
- **GNU General public licence**
cíl: zaručit svobodu ke sdílení a úpravám svobodného softwaru – copyleft; zaručuje právo:
 - spouštět program za jakýmkoliv účelem;
 - studovat, jak program pracuje a přizpůsobit ho svým potřebám; předpokladem je přístup ke zdrojovému kódu;
 - redistribuovat kopie dle svobodné vůle;
 - vylepšovat program a zveřejňovat zlepšení ve prospěch celé komunity, předpokladem opět přístup ke zdrojovému kódu.
- diskusní skupiny, manuály, **GNUplot**, **GNUOctave**, **GNUMaxima**, **Gimp**, možnost zapojení . . .



www.gnu.cz

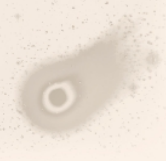
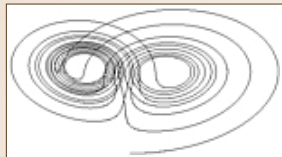
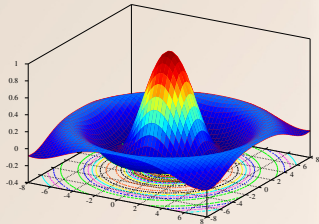


Richard Matthew
Stallman

- vyšší programovací jazyk („pro neprogramátory“) zaměřený na numerické operace podobný **Matlabu**® (1.8.2010: verze 3.3.52)
- **John W. Eaton** & – počítačový administrátor skupiny chemického inženýrství (návrhy chemických reaktorů) na University of Wisconsin, původně v r. 1988 pomůcka pro studenty, aby nemuseli zvládnout Fortran nebo C++
- Octave jméno autorova bývalého učitele známého svou schopností dělat rychlé kalkulace po kouscích papírků
- postaven na maticích
- pracuje interaktivně (uchovává historii příkazů, možno uložit) nebo spouští připravené skripty
- komplexní čísla, goniometrické, hyperbolické funkce, logaritmy, logické funkce, cykly, statistické funkce, polynomy, dif. rovnice, numerická integrace, konverze (a rozklad) obrazových i audio dat, zpracování signálů, ...
- pro zobrazování výsledků používá program **Gnuplot**, obrázek lze uložit v různých formátech

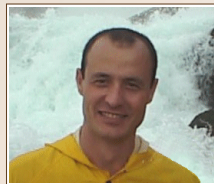
Proč (ne)používat GNU Octave?

- ✗ potřeba zvládnout základy programovacího jazyka
- ✗ postavení na maticích
- ✗ „není moc o klikání“ a grafickém prostředí
- ? není to výukový program
- ? poměrně široké pole aplikací
- ? mezinárodní projekt, diskusní skupiny
- ✓ podobnost s **Matlabem**
- ✓ multiplatformní program (Windows, Linux)
- ✓ součást projektu GNU, základní manuály v češtině (www.octave.cz × např. Scilab)
- ✓ používán na Wikipedii



Easy Java Simulations

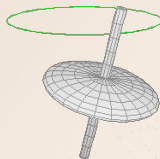
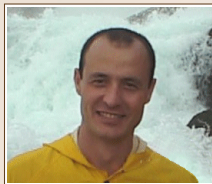
- **EJS release** 4.3.1 (19. 8. 2010), vyžaduje JRE 1.5 a vyšší (Java Runtime Environment) nebo JDK (Java Development Kit)
<http://java.sun.com/>
- **Open Source Physics** – kompletní členěná sada knihoven pro jednoduché simulace, pro zkušenější uživatele, ale lze stáhnout již hotové simulace
- **Francisco Esquembre** (matematik, University of Murcia, Spain) vytváří EJS, ZIP soubor lze rozbalit a spustit z libovolného adresáře pomocí **EjsConsole.jar**; **Wolfgang Christian** (Brown Professor of Physics, Davidson College, NC)
- možnost tvorby appletů, www stránek



<http://www.um.es/fem/Ejs/>

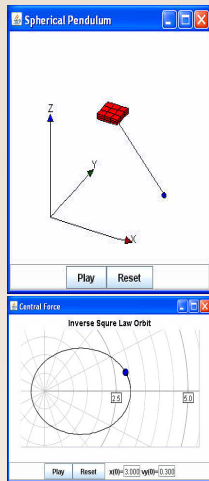
- **EJS release** 4.3.1 (19. 8. 2010), vyžaduje JRE 1.5 a vyšší (Java Runtime Environment) nebo JDK (Java Development Kit)
<http://java.sun.com/>
- možnost tvorby appletů, www stránek
- **XML** (eXtensible Markup Language – „rozšiřitelný značkovací jazyk“), podobné jako HTML (problém vzorce, noty apod.), v XML ne předdefinované prvky, ale vlastní elementy a nazývané podle libosti, k přenosu simulace stačí jen XML soubor (popř. obrázky) umístěný na správné místo, také JAR nebo applet

<http://www.um.es/fem/Ejs/>



Proč (ne)používat EJS

- ✗ potřeba zvládnout základy práce s dalším programem
- ✗ užší oblast použití
- ✗ malý vliv na výpočetní algoritmus
- ✗ omezenější možnosti úpravy vzhledu grafického výstupu
- ✓ intuitivní grafické prostředí
- ✓ volba integrační metody (celkem 8 – Euler, RG4, RG-Fehlberg)
- ✓ Java – multiplatformní program (Windows, Linux, MAC, Solaris, atd.) ✗ rychlost
- ✓ součást projektu GNU, Open Source Physics
- ✓ možnost vytvoření appletů, používán na Internetu (např. Eugene Butikov
<http://faculty.ifmo.ru/butikov/Applets/Gyroscope.html>)



Příklad: kmity na pružině

- velmi jednoduchý příklad dynamického modelování
- pohybovou rovnicí

$$ma = -kx - bv \quad \text{neboli}$$

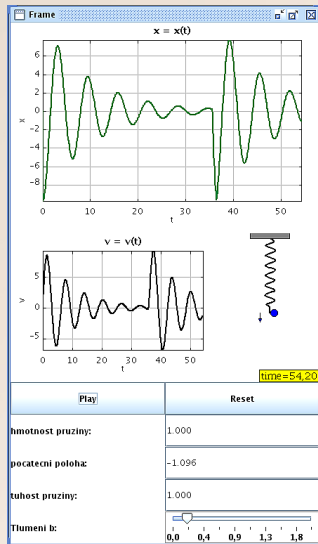
$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt}$$

přepíšeme na soustavu diferenciálních rovnic 1. řádu

$$\frac{dx}{dt} = v$$

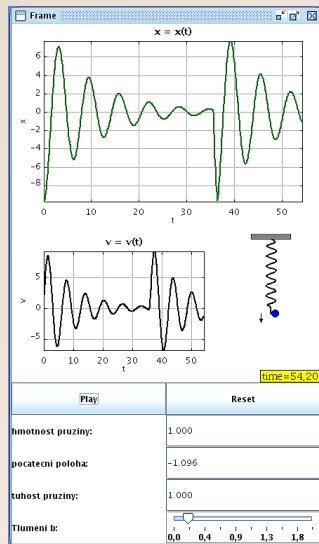
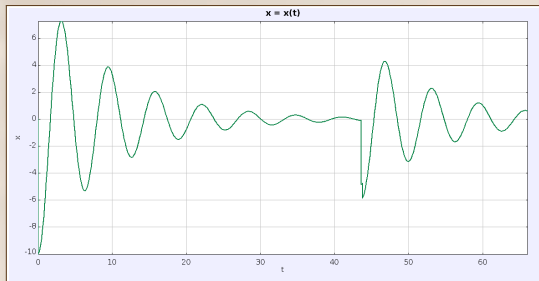
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}x - \frac{b}{m}v$$

- **zvolíme** integrační krok, metodu, toleranci, automatické spouštění, rychlost, atd...








Příklad: kmity na pružině

- možnost uložit grafický výstup



comPADRE
Digital Resources for Physics & Astronomy Education

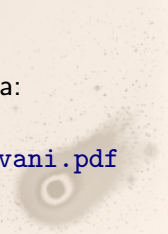
Některé další zdroje informací

-  Christian W., Esquembre F.: „Modeling Physics with Easy Java Simulations“, *Phys. Teacher* **45** (2007), 475.
-  Christian W., Esquembre F.: „Introduction to Easy Java Simulations“ a „EJS and Java Concepts“. In *Modeling Science: From Free Fall to Chaos* (2008), <http://www.compadre.org/Repository/document/ServeFile.cfm?ID=7306&DocID=479>.
-  Open Source Physics website,
<http://www.opensourcephysics.org/> nebo
<http://www.compadre.org/osp/> (AAPT).
-  Holíková, L.: *Použití numerických metod v úlohách středoškolské fyziky*. Diplomová práce, UP Olomouc, 2006.
<http://optics.upol.cz/~richterek/files.html>
-  Lepil, O.; Richterek, L.: *Dynamické modelování*. Ostrava: Repronis, 2007, 160 s. http://www.ufm.sgo.cz/ke_stazeni/Dynamicke_modelovani.pdf




comPADRE


Digital Resources for Physics & Astronomy Education




Nebeská mechanika ve škole a úlohách FO

Studijní texty FO z „nedávné“ doby:


 Šedivý, P.: *Užití numerických metod při řešení rovnic ve fyzikálních úlohách*. Studijní text pro řešitele 35. ročníku FO, Hradec Králové: MAFY, 1996.

 Šedivý, P.: *Modelování pohybů numerickými metodami*. Hradec Králové: MAFY, 2010.

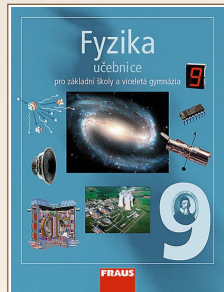
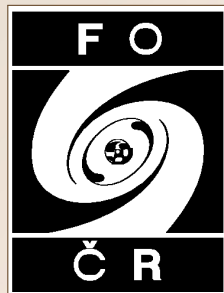
<http://fo.cuni.cz/texty/modelov.pdf>

 Šedivý P., Volf I.: *Pohyb tělesa po eliptické trajektorii v radiálním gravitačním poli*. Knihovnička FO č. 43, Hradec Králové: MAFY, 2000.

<http://fo.cuni.cz/texty/druzice.pdf>.

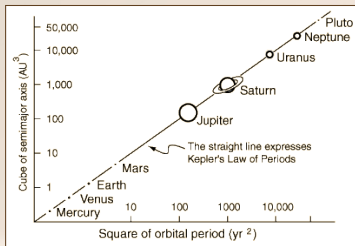
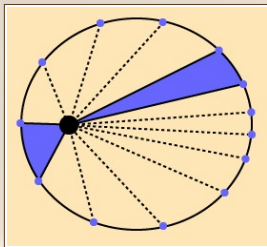
 Volf I., Jarešová M.: *Fyzika je kolem nás (pohyby těles ve Sluneční soustavě)*. Hradec Králové: MAFY, 2009.

<http://fo.cuni.cz/texty/fyzika5.pdf>



Nebeská mechanika ve škole a úlohách FO

- studijní téma 52. ročníku FO kategorie A (domácí kolo), FAMULUS, IP Coach (demoverze neumožňuje ukládat modely)
- typy úloh:
 - numerické řešení transcendentní (Keplerovy) rovnice
 - modelování jednoduchých pohybů
- **Keplerovy zákony nejsou explicitně v RVP** pro gymnázia, ale např. v učebnici nakl. FRAUS pro 9. ročník (kvartu)



POHYB TĚLES A JEJICH VZÁJEMNÉ PŮSOBNÍ

Očekávané výstupy

žák

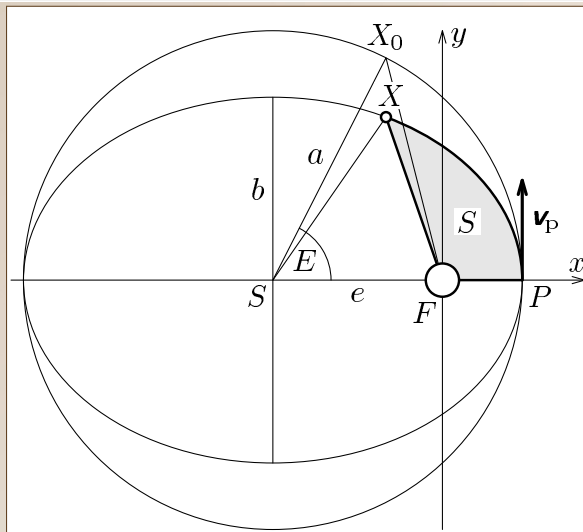
- *užívá základní kinematické vztahy při řešení problémů a úloh o pohybech rovnoměrných a rovnoměrně zrychlených/zpomalených*
- *určí v konkrétních situacích síly a jejich momenty působící na těleso a určí výslednici sil*
- *využívá (Newtonovy) pohybové zákony k předvídání pohybu těles*
- *využívá zákony zachování některých důležitých fyzikálních veličin při řešení problémů a úloh*
- *objasní procesy vzniku, šíření, odrazu a interference mechanického vlnění*

Učivo

- **kinematika pohybu** – vztažná soustava; poloha a změna polohy tělesa, jeho rychlost a zrychlení
- **dynamika pohybu** – hmotnost a síla; první, druhý a třetí pohybový zákon, inerciální soustava; hybnost tělesa; tlaková síla, tlak; třecí síla; síla pružnosti; gravitační a tíhová síla; gravitační pole; moment síly; práce, výkon; souvislost změny mechanické energie s prací; zákony zachování hmotnosti, hybnosti a energie
- **mechanické kmitání a vlnění** – kmitání mechanického oscilátoru, jeho perioda a frekvence; postupné vlnění, stojaté vlnění, vlnová délka a rychlost vlnění; zvuk, jeho hlasitost a intenzita

<http://rvp.cz/informace/dokumenty-rvp/rvp-g>

Příklad: Hale-Bopp a Keplerova rovnice



Obsah plochy: odečtení obsahu trojúhelníka SFX_0 od kruhové výseče SPX_0 , zmenšením směru osy y v poměru $b : a$



Příklad: Hale-Bopp a Keplerova rovnice

- ZZE, ZZMH \Rightarrow

$$v_p = \sqrt{\frac{2\kappa M}{r_a + r_p} \frac{r_a}{r_p}}.$$

- plošná rychlost a opsaná plocha

$$v_S = \frac{1}{2} v_p r_p = \frac{a-e}{2} \sqrt{\frac{\kappa M}{a} \frac{a+e}{a-e}} = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{\kappa M}{a}},$$

$$S = v_S t = \frac{bt}{2} \sqrt{\frac{\kappa M}{a}} = \left(\frac{a^2 E}{2} - \frac{ae \sin E}{2} \right) \frac{b}{a} = \\ = \frac{ab}{2} E - \frac{be}{2} \sin E,$$

- vynásobením $2/ab$ dostaneme *Keplerovu rovnici pro excentrickou anomálii E*

$$E - \frac{e}{a} \sin E - \sqrt{\frac{\kappa M}{a^3}} t = 0.$$



Příklad: Hale-Bopp a Keplerova rovnice

- plošná rychlost a opsaná plocha

$$v_S = \frac{1}{2} v_p r_p = \frac{a-e}{2} \sqrt{\frac{\kappa M}{a} \frac{a+e}{a-e}} = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{\kappa M}{a}},$$

$$S = v_S t = \frac{bt}{2} \sqrt{\frac{\kappa M}{a}} = \left(\frac{a^2 E}{2} - \frac{ae \sin E}{2} \right) \frac{b}{a} = \\ = \frac{ab}{2} E - \frac{be}{2} \sin E,$$

- vynásobením $2/ab$ dostaneme *Keplerovu rovnici pro excentrickou anomálii E*

$$E - \frac{e}{a} \sin E - \sqrt{\frac{\kappa M}{a^3}} t = 0.$$

- poloha objektu

$$x = a \cos E - e, \quad y = b \sin E.$$



Příklad: Hale-Bopp a Keplerova rovnice

Kometa Hale-Bopp objevená 23. 7. 1995 prolétla 1. 4. 1997 periheliem ve vzdálenosti 0,9141 AU od Slunce. Hlavní poloosa její trajektorie měří 187,8 AU. V jaké vzdálenosti od Slunce se nacházela v době objevení a jakou rychlostí se přitom pohybovala? Za jakou dobu od průletu periheliem se bude kometa nacházet ve vedlejším vrcholu trajektorie?

$$e = a - r_p = 186,9 \text{ AU}, \quad \varepsilon = \frac{e}{a} = 0,99513,$$
$$b = \sqrt{a^2 - e^2} = 18,51 \text{ AU}, \quad t = 618 \text{ d} = 5,34 \cdot 10^7 \text{ s},$$
$$a = 2,809 \cdot 10^{13} \text{ m}, \quad M = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \quad E - 0,99513 \sin E - 0,00413 = 0.$$



Příklad: Hale-Bopp a Keplerova rovnice

- řešení pomocí vestavěné funkce

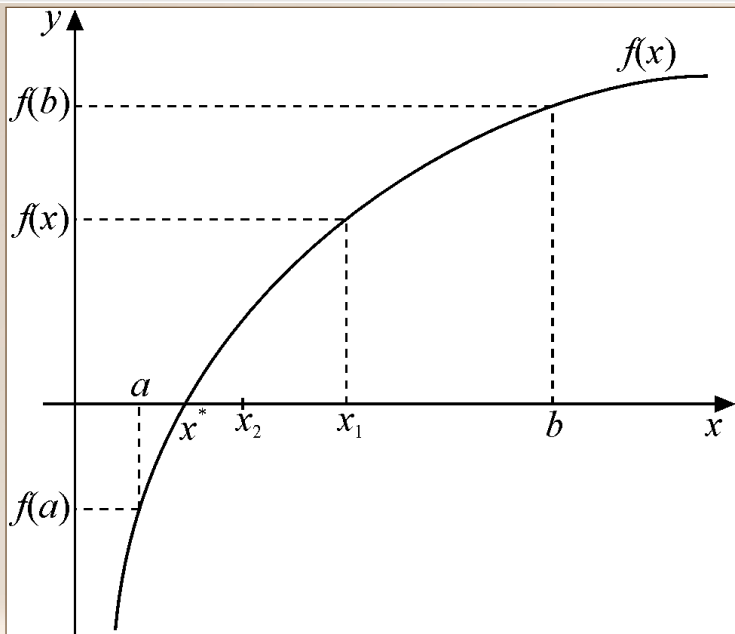
```
octave:1> function y=f(E)
> y=E-0.99513*sin(E)-0.0041307;
> endfunction
octave:2> E=fsolve("f",0)
E = 0.25891
```

- přibližné numerické metody: *půlení intervalu (bisekce)*, *interpolací (regula falsi)*, *tečen (Newtonova)*,...

```
k=1.000000  xk=1.570796  f(xk)=0.57153632679489663193
k=2.000000  xk=0.785398  f(xk)=0.07760499223527936308
...
k=20.000000 xk=0.258916  f(xk)=0.00000005254628767694
k=21.000000 xk=0.258915  f(xk)=-0.00000000443786849456
casvypoctu = 0.012676
r = 7.1242
v = 15.610
```



Příklad: Hale-Bopp a Keplerova rovnice



Příklad: Hale-Bopp a Keplerova rovnice

$$r = \sqrt{\left[a \cos x_k - (a - r_p) \right]^2 + \left[\sqrt{a^2 - (a - r_p)^2} \sin x_k \right]^2}$$

$$v = \sqrt{\mu M \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}, \quad T \approx 2530 \text{ let}$$

Solar system dynamics server: <http://ssd.jpl.nasa.gov/> – v jaké vzdálenosti od Slunce se nachází nyní (21.8.2010, $t = 4891$ dní)

$$f(E) = E - 0,995133 \sin E - 0,032692 = 0$$

$k=34.000000$ $x_k=0.568130$ $f(x_k)=-0.00000000000961647428$

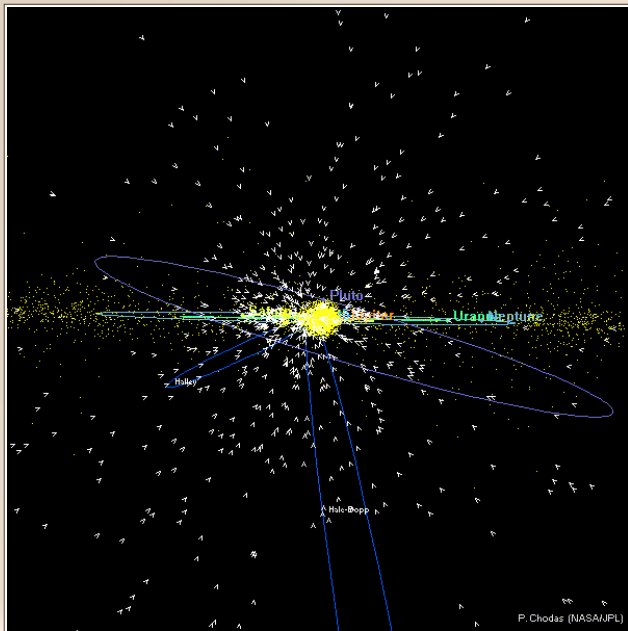
$\text{casvypoctu} = 0.0187835693359375$

$r = 30.1911271567152$

$v = 7.34072507281356$



Příklad: Hale-Bopp a Keplerova rovnice



Příklad: Hale-Bopp a Keplerova rovnice

C/1995 O1 (Hale-Bopp)

Classification: Comet

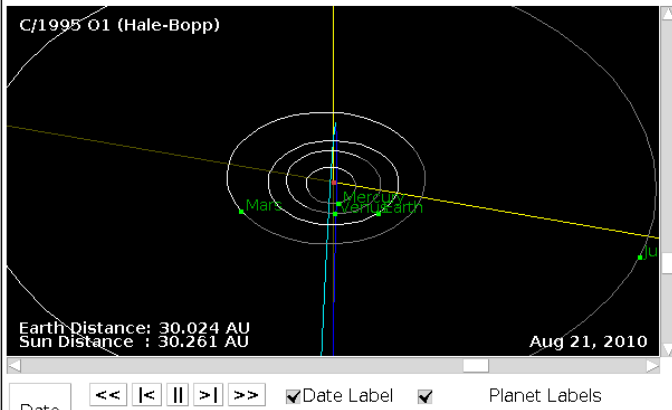
SPK-ID: 1000132

[[Ephemeris](#) | [Orbit Diagram](#) | [Orbital Elements](#) | [Physical Parameters](#) | [Close-Approach Data](#)]

[[hide orbit diagram](#)]

Orbit Diagram

Note: Make sure you have Java enabled on your browser to see the applet. This applet is provided as a 3D orbit visualization tool. The applet was implemented using 2-body methods, and hence should not be used for determining accurate long-term trajectories (over several years or decades) or planetary encounter circumstances. For accurate long-term ephemerides, please instead use our [Horizons system](#).



Příklad: Modelování pohybu komety

- rovinný problém, pohybové rovnice:

$$a_x = -\frac{\kappa M_\odot}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \cdot x, \quad a_y = -\frac{\kappa M_\odot}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \cdot y,$$

$$x_0 = r_p = 0,9141 \text{ AU} = 0,9141 \cdot 1,49598 \cdot 10^{11} \text{ m},$$

$$v_{y0} = 44,003 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

ARV	AVR	RAV
$\mathbf{a}_i = \mathbf{a}(t_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{r}_i)$ $\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i h$ $\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}_i h$ $t_{i+1} = t_i + h$	$\mathbf{a}_i = \mathbf{a}(t_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{r}_i)$ $\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}_i h$ $\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_{i+1} h$ $t_{i+1} = t_i + h$	$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i h$ $\mathbf{a} = \mathbf{a}(t_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{r}_{i+1})$ $\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_i + \mathbf{a} h$ $t_{i+1} = t_i + h$



Ukázka www stránek s applety

Příklad: omezený problém tří těles

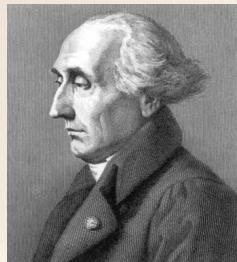
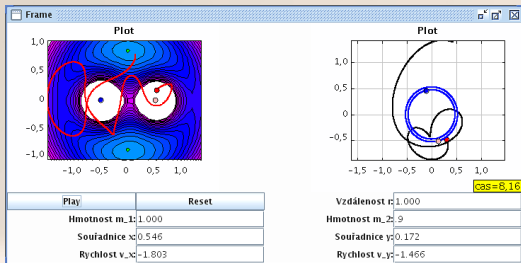
- třetí těleso má zanedbatelnou hmotnost
- m_1 a m_2 okolo společného těžiště po kružnicích
- pohybová rovnice (v simulaci $\kappa = 1$)

$$\mathbf{a} = -2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} + \omega^2 \mathbf{R} - \frac{\kappa m_1}{R_1^3} \mathbf{R}_1 - \frac{\kappa m_2}{R_2^3} \mathbf{R}_2$$

$$\mathbf{a} = -2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - \nabla \Omega$$

$$\omega^2 = \frac{\kappa(m_1 + m_2)}{r^3}, \quad \Omega = -\frac{1}{2}\omega^2 R^2 - \frac{\kappa m_1}{R_1} - \frac{\kappa m_2}{R_2}$$

- Lagrangeovy librační body L_4 a L_5 (1772, stabilní pro $\mu = 0,0385$), mapování skalárního pole



Jaroslav Seifert: Halleyova kometa (1967)

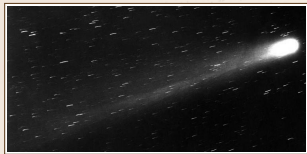
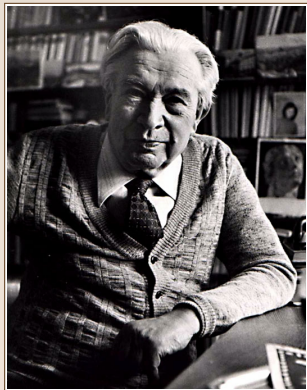
*Neviděl jsem v té chvílce nic,
jen samá cizí záda,
ale hlavy pod klobouky prudce se pohnuly.
Ulice byla plná.*

*Byl bych se vydrápal nejraděj po prstech
na holou zeď,*

*jako to zkoušejí pijáci éteru,
ale vtom se chopila mé ruky
ženská ruka,*

*udělal jsem pár kroků,
a přede mnou se otevřely hlubiny,
kterým se říká nebe.*

*Věže katedrály dole na obzoru
byly jako vystřižené
z matného staniolu,
ale vysoko nad nimi se potápěly hvězdy.*



Jaroslav Seifert: Halleyova kometa (1967)

Támhle je! Už ji vidíš?

Ano, vidím!

*V chomáčcích jisker, které nehasly,
hvězda se nenávratně ztrácela.*

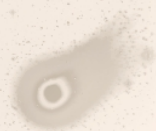
*Byla sladká jarní noc
po půli května,
vlahý vzduch se vzedmul vůněmi
a já ho vdechoval
i s prachem hvězd.*

*Když jednou v létě jsem si při voně
tehdy jen pokradmu
k vysokým liliím
prodávali je u nás na trhu v
kuchyňské konvi,
kdekdo se mi pak smál.
Na tváři také měl jsem zlatý pyl.*










Jarek Nohavica

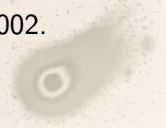
Slávek Janoušek







Další použité prameny

-  Chondrity z Thorsbergu. *Kozmos*, ročník XLI, č. 4, 2010: s. 14–15.
-  Černý, J.: Pozorování komet. *Astropis*, ročník XVII, č. 3, 2010: s. 18–21.
-  Anderle, P.: *Základy nebeské mechaniky*. Praha: Academia, 1971.
-  Bajer, J.: *Mechanika 2*. PřF UP Olomouc, 2004.
-  Grygar, J.; Železný, V.: *Okna vesmíru dokořán*. Praha: Naše vojsko, 1989.
-  Horský, Z.; Plavec, M.: *Poznávání vesmíru*. Praha: Orbis, Malá moderní encyklopedie vydání, 1962, 389 s.
-  Kleczek, J.: *Encyklopedie Vesmíru*. Praha: Academia, 2002.

<http://fo.cuni.cz/archiv/studijni-texty>



Další použité prameny

-  Levison, H. F.; Duncan, M. J.; Brasser, R.; a kol.: Capture of the Sun's Oort Cloud from Stars in Its Birth Cluster. *Science*, Červen 2010: s. science.1187535+,
<http://dx.doi.org/10.1126/science.1187535>
-  Quarteroni, A.; Saleri, F.: *Scientific Computing with MATLAB and Octave (Texts in Computational Science and Engineering)*. Springer, 3. vydání, 2010.
-  Svoreň, J.: Prvý meteorit pozorovaný v kozmickou priestore. *Kozmos*, ročník XLI, č. 4, 2010: str. 32.
-  Železný, V.: *Návraty první dámy. O kometě Halleyově o těch druhých*. Praha: Panorama, 1986.

<http://fo.cuni.cz/archiv/studijni-texty>

